Март, № 2 **Технические науки** **2013**

УДК 624.014.074:539.4

АНАТОЛИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ РОЧЕВ
кандидат технических наук, доцент кафедры архитектуры, строительных конструкций и геотехники строительного факультета, Петрозаводский государственный университет (Петрозаводск, Российская Федерация)
metalll@bk.ru

К РАСЧЕТУ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СОСТАВНЫХ СТЕРЖНЕЙ*

Исследуются пространственные составные стержни переменного сечения по длине, включающие в себя ветви тонкостенного открытого профиля, имеющие криволинейное или ломаное очертание контура. Ветви стержня соединены между собой многопанельными структурными связями. Использованы основные положения общей теории упругих пространственно работающих составных стержней, разработанной А. Р. Ржаницыным. Крутящий момент считается передающимся по длине панелей стержня за счет собственной крутильной жесткости ветвей и жесткости структурных связей. Осуществлена замена системы дифференциальных уравнений системой уравнений в конечных разностях, в которую введены параметры, учитывающие физическую и геометрическую нелинейность решаемой задачи. Использованы полученные нами выражения для определения эквивалентных модулей деформаций, учитывающих неупругую работу ветвей и связей между ними, а также выражение для определения податливости составного стержня на кручение. Приведенное решение позволяет выполнить пространственный деформационный расчет неупругого составного стержня при конкретных граничных условиях.

Ключевые слова: пространственные стержни, эквивалентные модули деформаций, податливость на кручение

Рассматриваются пространственный изгиб и осевая деформация упругопластического составного стержня. Используются основные положения общей теории пространственно работающих составных стержней, разработанной А. Р. Ржаницыным [3]. Крутящий же момент считается передающимся по длине панелей стержня за счет собственной крутильной жесткости ветвей и жесткости структурных связей.

Используется система дифференциальных уравнений, описывающая напряженно-деформированное состояние упругого пространственно работающего составного стержня постоянного сечения по длине с упругоподатливыми связями сдвига, имеющими постоянную жесткость по длине стержня, и абсолютно жесткими поперечными связями. Эта система уравнений предназначена для определения усилий в $\bar{n}$ продольных связях сдвига составного стержня. В данной работе осуществлена замена указанной системы дифференциальных уравнений системой уравнений в конечных разностях, в которую введены параметры, учитывающие физическую и геометрическую нелинейность решаемой задачи. Продольная ось составного стержня, включающего в себя n ветвей, делится по длине на m равных частей с образованием участков между смежными сечениями j и $(j + 1)$ длиной c. Контур поперечного j-го сечения d-й ветви длиной s_{dj} делится на p, в общем случае, неравных частей с расстоянием между смежными узлами разбиения υ и $\upsilon + 1$, равным $s_{dj\upsilon}$. Применяется метод шагового нагружения стержней [1].

Данная работа выполнена в развитие исследований, опубликованных нами в [6]. В соответствии с перечисленными выше расчетными предпосылками полная система уравнений, включающая в себя уравнения приращения сдвигов в швах составного стержня, уравнения изгиба в конечно-разностной форме и уравнение кручения составного стержня в целом на k-м шаге нагружения будут иметь вид

$$\Delta^2 T_{igj}^{(k)} / (c^2 \xi_{igj}^{(k)}) = T_{igj}^{(k)} \delta_{igj,igj}^{(k)} + \sum_{l=1}^{a_{ig}} T_{ilj}^{(k)} \delta_{igj,ilj}^{(k)} + \sum_{r=1}^{b_{ig}} T_{grj}^{(k)} \delta_{igj,grj}^{(k)} + \sum_{l,u=1}^{c_{ig}} T_{luj}^{(k)} \delta_{igj,luj}^{(k)} + \delta_{igj,0}^{(k)},$$

$$\sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj} \cdot \Delta^2 \zeta_j^{k)} / c^2 + \sum_{ig=1}^{\bar{n}} T_{ig}^{(k)} \Delta y_{igj}^{(k)} + \widehat{M}_{xj}^{(k)} = 0, \quad (1)$$

$$\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj} \cdot \Delta^2 \eta_j^{k)} / c^2 + \sum_{ig=1}^{\bar{n}} T_{ig}^{(k)} \Delta x_{igj}^{(k)} + \widehat{M}_{yj}^{(k)} = 0,$$

$$\theta_j^{(k)} = \gamma_{1rj}^{(k-1)} M_{rj}^{(k)},$$

где $\theta_j^{(k)}$ – угол поворота j-го поперечного сечения составного стержня на k-м шаге нагружения; $\xi_{igj}^{(k)}$ – коэффициент жесткости связей сдвига ig-го шва, соединяющего между собой i-ю и g-ю ветви составного стержня, на k-м шаге нагружения; $T_{igj}^{(k)}$ – суммарное сдвигающее усилие в ig-м шве, накапливаемое по длине составного стержня от его начала до j-го поперечного сечения;

$$T_{igj}^{(k)} = \int_0^{z_j} \tau_{ig}^{(k)} dz, \quad (2)$$

здесь $\tau_{ig}^{(k)}$ – сдвигающие усилия, действующие в ig-м шве составного стержня на k-м шаге нагружения;

$$\Delta^2 T_{igj}^{(k)} = T_{ig,j+1}^{(k)} - 2T_{igj}^{(k)} + T_{ig,j-1}^{(k)}, \tag{3}$$

a_{ig} – число связей сдвига, соединяющих i-й стержень с другими стержнями (не считая g-го стержня); b_{ig} – число связей сдвига, соединяющих g-й стержень с другими стержнями (не считая i-го стержня); c_{ig} – число связей сдвига, не примыкающих ни к i-му, ни к g-му стержням; $\zeta_j^{(k)}$ и $\eta_j^{(k)}$ – перемещения составного стержня в плоскостях y0z и x0z; $M_{rj}^{(k)}$– крутящий момент в j-м сечении; $\widehat{M}_{xj}^{(k)}$и $\widehat{M}_{yj}^{(k)}$ – выражения для определения изгибающих моментов в главных плоскостях инерции j-го поперечного сечения стержня, составленные с учетом влияния перемещений $\zeta_j^{(k)}$, $\eta_j^{(k)}$ и $\theta_j^{(k)}$

$$\Delta^2 \zeta_j^{(k)} = \zeta_{j+1}^{(k)} - 2\zeta_j^{(k)} + \zeta_{j-1}^{(k)}, \tag{4}$$

$$\Delta^2 \eta_j^{(k)} = \eta_{j+1}^{(k)} - 2\eta_j^{(k)} + \eta_{j-1}^{(k)}. \tag{5}$$

Коэффициенты при неизвестных и нагрузочный член в (1) определяются из выражений

$$\delta_{igj,igj}^{(k)} = \frac{(\Delta\omega_{igj}^{(k)})^2}{C_{\omega ji}^{(k)}} + \frac{(\Delta y_{igj}^{(k)})^2}{\sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{(\Delta x_{igj}^{(k)})^2}{\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}} + \frac{1}{E_{cija}^{(k)} A_{ij}} - \frac{1}{E_{cgja}^{(k)} A_{gj}},$$

$$\delta_{igj,ilj}^{(k)} = \frac{\Delta\omega_{igj}^{(k)} \Delta\omega_{ilj}^{(k)}}{C_{\omega ji}^{(k)}} + \frac{\Delta y_{igj}^{(k)} \Delta y_{ilj}^{(k)}}{\sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{\Delta x_{igj}^{(k)} \Delta x_{ilj}^{(k)}}{\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}} + \frac{1}{E_{cija}^{(k)} A_{ij}},$$

$$\delta_{igj,grj}^{(k)} = \frac{\Delta\omega_{igj}^{(k)} \Delta\omega_{grj}^{(k)}}{C_{\omega ji}^{(k)}} + \frac{\Delta y_{igj}^{(k)} \Delta y_{grj}^{(k)}}{\sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{\Delta x_{igj}^{(k)} \Delta x_{grj}^{(k)}}{\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}} - \frac{1}{E_{cgja}^{(k)} A_{gj}},$$

$$\delta_{igj,luj}^{(k)} = \frac{\Delta\omega_{igj}^{(k)} \Delta\omega_{luj}^{(k)}}{C_{\omega ji}^{(k)}} + \frac{\Delta y_{igj}^{(k)} \Delta y_{luj}^{(k)}}{\sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{\Delta x_{igj}^{(k)} \Delta x_{luj}^{(k)}}{\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}}, \tag{6}$$

$$\delta_{igj,0}^{(k)} = \frac{\Delta^2 \theta_j^{(k)}}{c^2} \cdot \Delta\omega_{igj}^{(k)} + \frac{M_{xj}^{(k)} \Delta y_{igj}}{\sum_{d=1}^{n} E_{1dj}^{equ(k)} J_{xdj}} + \frac{M_{yj}^{(k)} \Delta x_{igj}}{\sum_{d=1}^{n} E_{2dj}^{equ(k)} J_{ydj}} + \frac{N_{ij}^{(k)}}{E_{cija}^{(k)} A_{ij}} - \frac{N_{gj}^{(k)}}{E_{cgja}^{(k)} A_{gj}},$$

$$\Delta^2 \theta_j^{(k)} = \theta_{j+1}^{(k)} - 2\theta_j^{(k)} + \theta_{j-1}^{(k)},$$

где $\Delta\omega_{igj}^{(k)}$, $\Delta\omega_{ilj}^{(k)}$, $\Delta\omega_{grj}^{(k)}$ и $\Delta\omega_{luj}^{(k)}$– разности секториальных координат положения швов в j-м поперечном сечении, отнесенные к стержням i и g, i и l, g и r, l и u соответственно при k-м шаге нагружения (ветви l и u не являются ни i-ми, ни g-ми ветвями); Δx_{igj} и Δy_{igj}, Δx_{ilj} и Δy_{ilj}, Δx_{grj} и Δy_{grj}, Δx_{luj} и Δy_{luj} – разности координат центров тяжести j-х поперечных сечений ветвей i и g, i и l, g и r, l и u, составляющих стержень; $E_{cija}^{(k)}$ и $E_{cgja}^{(k)}$ – секущие модули деформаций для осевых волокон j-х поперечных сечений соответственно i-й и g-й ветвей стержня при k-м шаге нагружения; A_{ij} и A_{gi}– площади j-го поперечного сечения ветвей i и g соответственно; $M_{xj}^{(k)}$ и $M_{yj}^{(k)}$ – изгибающие моменты в j-м поперечном сечении составного стержня от внешней нагрузки при изгибе в плоскостях y0z и x0z на k-м шаге нагружения соответственно; $N_{ij}^{(k)}$ и $N_{gj}^{(k)}$ – продольные силы в j-м поперечном сечении ветвей i и g составного стержня от внешней нагрузки на k-м шаге нагружения; $E_{1dj}^{equ(k)}$ и $E_{2dj}^{equ(k)}$– эквивалентные модули деформаций для j-го поперечного сечения d-й ветви составного стержня, учитывающие сжимаемость оси ветвей стержня, влияние деформаций сдвига материала ветвей и развитие пластических деформаций при их изгибе в плоскостях y0z и x0z соответственно при k-м шаге нагружения; выражения для определения $E_{1dj}^{equ(k)}$ и $E_{2dj}^{equ(k)}$ в (1) были получены и опубликованы автором данной статьи ранее в [4], [5].

В (1) угол $\gamma_{1rj}^{(k-1)}$– угол поворота вокруг центра жесткости $c_j^{(k-1)}$ j-го узлового поперечного сечения пространственной панели на (k-1)-м шаге нагружения от действия единичного крутящего момента M_{1rj}. При действии этого момента смежные основания пространственной панели составного стержня повернутся относительно друг друга. Под действием силы $F_{rji}^{(k-1)}$, приходящейся на i-ю плоскую грань пространственной панели, произойдет смещение этой грани на величину $\Delta_{ji}^{(k-1)} = \gamma_{1rj}^{(k-1)} \cdot r_{ji}^{(k-1)}$, где $r_{ji}^{(k-1)}$ – длина перпендикуляра, опущенного из точки $c_j^{(k-1)}$ на контур i-й грани. С учетом сказанного уравнение равновесия крутящих моментов в j-м сечении будет иметь вид

$$\sum_{i=1}^{n} (F_{rji}^{(k-1)} r_{ji}^{(k-1)} + M_{1rji}^{(k-1)}) - M_{1rj} = 0, \tag{7}$$

где $$F_{rji}^{(k-1)} = \Delta_{ji}^{(k-1)} \cdot k_{sji}^{(k-1)},$$ здесь $k_{sji}^{(k-1)} = \sin\alpha_{ji}^2 \cos\alpha_{ji} E_{sji}^{(k-1)} A_{sji} / l_{oji}$; $M_{1rji}^{(k-1)}$ – крутящий момент по торцам i-й ветви пространственной панели составного стержня, определяемый по [2]:

$$M_{1rji}^{(k-1)} = \gamma_{1rj}^{(k-1)} C_{\omega ji}^{(k-1)} \lambda_{ji}^{(k-1)} / l_{oji}^3, \tag{8}$$

где $$\lambda_{ji}^{(k-1)} = \frac{k_{cji}^{3(k-1)} l_{oji}^3 sh(k_{cji}^{(k-1)} l_{oji})}{k_{cji}^{(k-1)} l_{oji} sh(k_{cji}^{(k-1)} l_{oji}) - 2ch(k_{cji}^{(k-1)} l_{oji}) + 2};$$

$$k_{cji}^{(k-1)} == \sqrt{C_{tji}^{(k-1)} / C_{\omega ji}^{(k-1)}}.$$

В (7) и (8) приняты следующие обозначения: α_{ji} – угол наклона оси раскоса к проекции оси стержня на плоскость i-й грани панели; $E_{sji}^{(k-1)}$ и A_{sji} – модуль деформаций осевых волокон и площадь поперечного сечения раскоса i-й грани пространственной панели; l_{oji} – длина пространственной панели; $C_{\omega ji}^{(k-1)}$ и $C_{tji}^{(k-1)}$ – жесткости соответственно при стесненном и чистом кручении i-й ветви в j-м поперечном сечении составного стержня при ($k-1$)-м шаге нагружения, определяемые из выражений

$$C_{\omega ji}^{(k-1)}=\sum_{\upsilon=1}^{p}\int_{s_{dj\upsilon}}\widehat{E}_{cdj\upsilon}^{(k-1)}(s_{dj})\bar{J}_{\omega dj}^{(k-1)}(s_{dj})ds_{dj\upsilon}, \quad (9)$$

$$C_{tji}^{(k-1)}=\sum_{\upsilon=1}^{p}\int_{s_{dj\upsilon}}\widehat{G}_{dj\upsilon}^{(k-1)}(s_{dj})\bar{J}_{tdj}(s_{dj})ds_{dj\upsilon}, \quad (10)$$

где $\widehat{E}_{cdj}^{(k-1)}(s)$ – линейная функция, аппроксимирующая функцию секущего модуля $E_{cdj\upsilon}^{(k-1)}$ по его значениям в узловых точках υ и ($\upsilon+1$) контура s_{dj} j-го поперечного сечения d-й ветви при ($k-1$)-м шаге нагружения; $\bar{J}_{\omega dj}^{(k-1)}(s_{dj})$ – момент инерции при стесненном кручении единицы длины линии профиля s_{dj} j-го поперечного сечения d-й ветви при ($k-1$)-м шаге нагружения; $\widehat{G}_{dj\upsilon}^{(k-1)}(s_{dj})$ – линейная функция, аппроксимирующая функцию модуля сдвига $G_{dj\upsilon}^{(k-1)}$ по его значениям в узловых точках υ и ($\upsilon+1$) контура s_{dj} j-го поперечного сечения d-й ветви при ($k-1$)-м шаге нагружения; $\bar{J}_{tdj}^{(k-1)}(s_{dj})$ – момент инерции при чистом кручении единицы длины линии профиля s_{dj} j-го поперечного сечения d-й ветви при ($k-1$)-м шаге нагружения.

Модули $G_{dj\upsilon}^{(k-1)}$ и $E_{cdj\upsilon}^{(k-1)}$ связаны между собой зависимостью

$$G_{dj\upsilon}^{(k-1)}=\frac{E_{cdj\upsilon}^{(k-1)}}{2(1+\mu_{dj\upsilon}^{(k-1)})}, \quad (11)$$

где $\mu_{dj\upsilon}^{(k-1)}$ – коэффициент Пуассона, определяемый по формуле:

$$\mu_{dj\upsilon}^{(k-1)}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{E_{cdj\upsilon}^{(k-1)}(1-2\mu_o)}{E_o}, \quad (12)$$

здесь E_o и μ_o – модуль деформаций Юнга и коэффициент Пуассона в начальной точке диаграммы деформирования материала.

Из (7) получаем выражение для определения $\gamma_{1rj}^{(i-1)}$ в виде

$$\gamma_{1rj}^{(k-1)}=[\sum_{i=1}^{n}(r_{ji}^{2(k-1)}k_{sji}^{(k-1)}+C_{\omega ji}^{(k-1)}\lambda_{ji}^{(k-1)}/l_{oji}^{3})]^{-1}. \quad (13)$$

Для определения положения $c_j^{(k-1)}$ используется подход, предложенный в [8]. Назначается произвольно расположенная декартова система координат x_j и y_j. Далее определяется направление главных взаимно перпендикулярных осей x_{jo} и y_{jo}. Угол наклона оси x_{jo} к оси x_j определится из выражения

$$tg2\alpha_{oj}^{(k-1)}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sin 2\alpha_{ji}\cdot k_{sji}^{(k-1)}}{\sum_{i=1}^{n}\cos 2\alpha_{ji}\cdot k_{sji}^{(k-1)}}. \quad (14)$$

Координаты положения центра жесткости $c_j^{(k-1)}$ j-го узлового поперечного сечения относительно главных осей определятся по формулам

$$x_{cj}^{(k-1)}=\frac{\sum_{i=1}^{p}r_{oji}^{(k-1)}\sin\alpha_{ji}\cdot k_{sji}^{(k-1)}}{\sum_{i=1}^{p}r_{oji}^{(k-1)}\sin\alpha_{ji}^{2}\cdot k_{sji}^{(k-1)}}, \quad (15)$$

$$y_{cj}^{(k-1)}=\frac{\sum_{i=1}^{p}r_{oji}^{(k-1)}\cos\alpha_{ji}\cdot k_{sji}^{(k-1)}}{\sum_{i=1}^{p}r_{oji}^{(k-1)}\cos\alpha_{ji}^{2}\cdot k_{sji}^{(k-1)}}, \quad (16)$$

где $r_{oji}^{(k-1)}$ – длина отрезка, перпендикулярного к контуру i-й грани, проведенного от произвольно назначенного полюса.

За пределом упругости коэффициенты жесткости связей сдвига $\xi_{igj}^{(k)}$ определяются по формулам, приведенным в [3], но с использованием эквивалентного модуля деформаций, если элементы связей работают на изгиб (по аналогии с $E_{1dj}^{equ(k)}$ или $E_{2dj}^{equ(k)}$), и секущим модулем деформаций, если элементы связей работают на осевую силу (по аналогии с $E_{cija}^{(k)}$ или $E_{cgja}^{(k)}$).

Полученные выше выражения позволяют выполнить пространственный деформационный расчет упругопластического составного стержня при конкретных граничных условиях. Результаты деформационного расчета могут в дальнейшем быть использованы для проверки устойчивости составного стержня методом [8].

* Работа выполнена при поддержке Программы стратегического развития ПетрГУ в рамках реализации комплекса мероприятий по развитию научно-исследовательской деятельности на 2012–2016 гг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биргер И. А. Общие алгоритмы решения задач теории упругости, пластичности и ползучести // Успехи механики деформируемых сред. М.: Наука, 1975. С. 61–73.
2. Бычков А. А. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. М.: Госстройиздат, 1962. 475 с.
3. Ржаницын А. Р. Составные стержни и пластинки. М.: Стройиздат, 1986. 314 с.
4. Рочев А. А. Нелинейная теория расчета сквозных упругопластических статически неопределимых рамных систем // Доклады 58-й конференции профессоров, преподавателей, научных работников, инженеров и аспирантов университета: В 3 ч. Ч. 1. СПб.: СПбГАСУ, 2001. С. 93–94.
5. Рочев А. А. Алгоритм нелинейного расчета круговой составной арки // Ученые записки Петрозаводского государственного университета. Сер. «Естественные и технические науки». 2010. № 2 (107). С. 25–29.

6. Р о ч е в А. А. Пространственный расчет упругопластических составных стержней // Ученые записки Петрозаводского государственного университета. Сер. «Естественные и технические науки». 2011. № 2 (115). С. 72–75.
7. С а н ж а р о в с к и й Р. С. Устойчивость элементов строительных конструкций при ползучести. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. 280 с.
8. У м а н с к и й А. А., В о л ь м и р А. С., К о д а н о в А. И. Курс сопротивления материалов. Ч. 1 / Под ред. А. А. Уманского. М.: Изд-во ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1954. 552 с.

Rochev A. A., Petrozavodsk State University (Petrozavodsk, Russian Federation)

ON ANALYSIS OF SPATIAL ELASTOPLASTIC COMPOSITE BARS

We studied spatial composite rods with lengthwise variable cross sections inclusive of open profile thin-walled branches with curved shapes or broken circuits. The branches are connected by multiple-panel structural relationships. We used the basic provisions of the general theory of elastic spatial working composite bars designed by A.R. Rzhanitsina. The torque is transmitted along the length of the rod panels through its own torsion rigidity and stiffness of structural connections. A replacement of the system of differential equations by the system of finite difference equations is conducted. The system contains parameters considering physical and geometric nonlinear features of the problem to be solved. We used an expression obtained by the author to determine the modulus of the strain-sensitive inelastic behaviour of the branches and connections between them. The expression was also used to determine compliance of the composite rod in torsion. The above mentioned solution allows spatial deformation calculation of an inelastic composite rod with specific boundary conditions.

Key words: spatial rods, equivalent modules deformations, yielding in torsion

REFERENCES

1. B i r g e r L. A. Obshchie algoritmy resheniya zadach teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchesti [Common algorithms for solving problems in the theory of elasticity, plasticity and creep]. *Uspekhi mechaniki deformiruemykh sred*. Moscow, Nauka Publ., 1975. P. 61–73.
2. B y c h k o v A. A. *Stroitel'naya mekhanika sterzhnevykh tonkostennykh konstruktsiy* [Structural mechanics of thin-walled rod]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1962. 475 p.
3. R z h a n i t z i n A. R. *Sostavnye sterzhni i plastinki* [Composite rods and plates]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1986. 314 p.
4. R o c h e v A. A. Nonlinear theory of elastic-plastic calculation through statically indeterminate frame system [Nelineynaya teoriya rascheta skvoznih uprugoplasticheskih staticheski neopredelimykh ramnykh system]. *Dokladi 58 konf. professorov, prepodavateley, nauchnikh rabotnikov, inzhenerov i aspirantov universiteta*: V 3 chastyakh. Ch. 1. St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2001. P. 93–94.
5. R o c h e v A. A. Algoritm for non-linear analysis of circular composite arch [Algoritm rascheta uprugoplasticheckih sostavnih aroc]. *Proceedings of Petrozavodsk State University. Natural and engineering sciences*. 2010. № 2 (107). P. 25–29.
6. R o c h e v A. A. Spatial elastoplastic calculation of composite rods [Prosnpanstvenyi raschet uprugoplasticheskikh sostavnikh sterzhney]. *Proceedings of Petrozavodsk State University*. *Natural and engineering sciences*. 2011. № 2 (115). P. 72–75.
7. S a n z h a r o v s k i y R. S. *Ustoychivost' elementov stroitel'nykh konstruktsiy pri polzuchesti* [Stability of structural elements under creep]. Leningrad, LGU Publ., 1984. 280 p.
8. U m a n s k i y A. A., V o l ' m i r A. S., K o d a n o v A. I. Kurs soprotivleniya materialov [Strength of materials]. Ch. 1 / Ed. A. A. Umanskiy. Moscow, WWIA im. N. E. Zhukovskogo Publ., 1954. 552 p.

Поступила в редакцию 17.01.2013