УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ПЕТРОЗАВОДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Март, № 2 **Технические науки** **2012**

УДК 624.014.074:539.4

АНАТОЛИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ РОЧЕВ
кандидат технических наук, доцент кафедры архитектуры, строительных конструкций и геотехники строительного факультета, Петрозаводский государственный университет
metalll@bk.ru

О РАСЧЕТЕ РАМНЫХ СИСТЕМ ИЗ НЕУПРУГИХ СОСТАВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В работе получено решение задачи деформационного расчета неупругих плоских статически неопределимых рамных систем из составных стержней, имеющих переменное поперечное сечение и переменную жесткость связей сдвига по длине. В основу решения положена теория составных стержней А. Р. Ржаницына. Использованы метод деформаций и ранее полученное автором выражение для определения эквивалентного модуля деформаций.

Ключевые слова: плоская статически неопределимая рамная система, деформационный расчет, эквивалентный модуль деформаций

Рассматриваются плоские статически неопределимые рамные системы, включающие в себя упругопластические составные элементы, выполненные из ветвей, соединенных между собой структурными связями в виде планок, раскосов, распорок, перфорированных листов. Составные элементы имеют переменное поперечное сечение и переменную жесткость связей сдвига по длине элемента.

В работе применяются основные положения общей теории составных стержней, разработанной А. Р. Ржаницыным [3]. Для материала ветвей и связей, расположенных между ветвями составного стержня, устанавливается произвольная зависимость между деформациями и напряжением. Используется гипотеза о нелинейно-упругом материале, основанная на теореме, доказанной Л. М. Качановым в [2]. Раскрытие статической неопределимости рамной системы осуществляется методом деформаций с учетом влияния продольных сил.

Для определения перемещений плоской рамы элементы многоконтурного стержня рамы делятся по длине на участки постоянной жесткости (в общем случае неравные) длиной l_j между узловыми точками j и $j+1$. В узлы элементов рамы вводятся моментные $1j$ и силовые $2j$ связи, образующие основную систему метода деформаций. Расчет такой рамы производится шаговым методом [1]. Перемещения сечений и узлов рамы $Z_{1j}^{(i)}$ и $Z_{2j}^{(i)}$ определяются из решения системы уравнений

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{m-1}(R_{1j1k}^{(i)}Z_{1k}^{(i)}+R_{1j2k}^{(i)}Z_{2k}^{(i)})+R_{1jp}^{(i)}=0, \\ &\sum_{k=1}^{m-1}(R_{2j1k}^{(i)}Z_{1k}^{(i)}+R_{2j2k}^{(i)}Z_{2k}^{(i)})+R_{2jp}^{(i)}=0, \\ &\qquad j=1..m-1, \end{aligned} \tag{1}$$

где $R_{1j1k}^{(i)}$ и $R_{1j2k}^{(i)}$ – реакции в связях $1j$ от перемещения связей $1k$ и $2k$, определенные с учетом влияния продольных сил на i-м шаге нагружения; $R_{2j1k}^{(i)}$ и $R_{2j2k}^{(i)}$ – то же, но в связях $2j$; $R_{1p}^{(i)}$ и $R_{2p}^{(i)}$ – реакции в связях $1j$ и $2j$ от внешней нагрузки на i-м шаге нагружения.

При определении реакций во введенных связях j-й участок элемента рамы рассматривается как жестко защемленный по концам составной стержень длиной l_j. Дифференциальное уравнение изгиба упругого двухветвевого ($n = 2$) составного стержня было получено в [3]. При работе за пределом упругости уравнение для j-го участка элемента рамы, в котором действует продольная сила $N_j^{(i)}$, будет иметь вид

$$\begin{aligned} v_j^{IV(i)} +'' v_j'''^{(i)}(N_j^{(i)}/C_{xj}^{equ(i)} - \lambda_j^{2(i)}) - \\ - v_j^{(i)}N_j^{(i)}\lambda_j^{2(i)}/C_{oj}^{(i)} = 0, \end{aligned} \tag{2}$$

где $v_j^{(i)}$ – прогибы j-го участка элемента рамы на i-м шаге нагружения; $C_{xj}^{equ(i)}$ – суммарная эквивалентная жесткость ветвей составного элемента на на j-м участке элемента рамы при i-м шаге нагружения, равная

$$C_{xj}^{equ(i)} = \sum_{\upsilon=1}^{n}(E_{j\upsilon}^{equ(i)}J_{xj\upsilon}), \tag{3}$$

здесь $E_{j\upsilon}^{equ(i)}$ – эквивалентный модуль деформаций для сечений υ-й ветви j-го участка элемента рамы на i-м шаге нагружения; $J_{xj\upsilon}$ – момент инерции поперечного сечения υ-й ветви, постоянный по длине j-го участка элемента рамы, $C_{oj}^{(i)}$ – приведенная жесткость сечения j-го участка элемента рамы как монолитного на i-м шаге нагружения, равная

$$C_{oj}^{(i)} = C_{xj}^{equ(i)} + E_{cj1}^{(i)}A_{j1}E_{cj2}^{(i)}A_{j2}c_j^2 / (\sum_{\upsilon=1}^{n}(E_{cj\upsilon}^{(i)}A_{j\upsilon}), \tag{4}$$

здесь A_{j1} и A_{j2} – площадь поперечного сечения ветвей 1 и 2 j-го участка элемента рамы; c_j – расстояние между центрами тяжести ветвей составного элемента; $E_{cj1}^{(i)}$ и $E_{cj2}^{(i)}$ – секущие модули деформаций осевых волокон ветвей 1 и 2 на i-м шаге нагружения;

$$\lambda_j^{(i)} = \sqrt{\xi_j^{(i)}[\sum_{\upsilon=1}^{n}(1/(E_{cj\upsilon}^{(i)}A_{j\upsilon}) + c_j^2 / C_{xj}^{equ(i)}]}, \qquad (5)$$

здесь $\xi_j^{(i)}$ – коэффициент жесткости продольных связей сдвига на j-м участке элемента рамы при i-м шаге нагружения.

Величина $E_{j\upsilon}^{equ(i)}$ в (3) определяется по формуле [4]:

$$E_{j\upsilon}^{equ(i)} = \frac{M_{xj\upsilon}^{(i-1)}h_{j\upsilon}(1-\varepsilon_{oj\upsilon}^{(i-1)})}{(\Delta\bar{\varepsilon}_{j\upsilon}^{(i-1)} - \gamma_{1j\upsilon}^{(i-1)}h_{j\upsilon}Q_{yj\upsilon}'^{(i-1)})J_{xj\upsilon}}, \qquad (6)$$

где $M_{xj\upsilon}^{(i-1)}$ – наибольший изгибающий момент, действующий в сечении υ-й ветви j-го участка элемента рамы на $(i-1)$-м шаге нагружения; $h_{j\upsilon}$ – высота поперечного сечения υ-й ветви j-го участка элемента рамы; $\varepsilon_{oj\upsilon}^{(i-1)}$ – линейная деформация оси υ-й ветви j-го участка элемента рамы на $(i-1)$-м шаге нагружения; $\Delta\varepsilon_{j\upsilon}^{(i-1)} = \varepsilon_{1j\upsilon}^{(i-1)} - \varepsilon_{2j\upsilon}^{(i-1)}$; $\varepsilon_{1j\upsilon}^{(i-1)}$ и $\varepsilon_{2j\upsilon}^{(i-1)}$ – краевые линейные деформации в волокнах поперечного сечения υ-й ветви j-го участка элемента рамы, возникающие в соответствии с гипотезой плоских сечений на $(i-1)$-м шаге нагружения; $\gamma_{1j\upsilon}^{(i-1)}$ – угол сдвига υ-й ветви на j-м участке элемента рамы от единичной поперечной силы при $(i-1)$-м шаге нагружения; $Q_{yj\upsilon}'^{(i-1)}$ – первая производная от поперечной силы, действующей υ-й ветви j-го участка элемента рамы при $(i-1)$-м шаге нагружения.

Общее решение уравнения (2) имеет вид

$$v_j^{(i)} = \bar{C}_{1j}^{(i)}ch(k_{1j}^{(i)}z_j) + \bar{C}_{2j}^{(i)}sh(k_{1j}^{(i)}z_j) + \bar{C}_{3j}^{(i)}ch(k_{2j}^{(i)}z_j) + \bar{C}_{4j}^{(i)}sh(k_{2j}^{(i)}z_j), \qquad (7)$$

где

$$(k_{1j}^{(i)})^2 = \frac{-N_j^{(i)} + \lambda_j^{2(i)}C_{xj}^{equ(i)}}{2C_{xj}^{equ(i)}} - \frac{\sqrt{N_j^{2(i)} - 2N_j^{(i)}\lambda_j^{2(i)}C_{xj}^{equ(i)} + \lambda_j^{2(i)}(C_{xj}^{equ(i)})^2[\lambda_j^{2(i)} + 4N_j^{(i)}]/C_{oj}^{(i)}}}{2C_{xj}^{equ(i)}}, \qquad (8)$$

$$(k_{1j}^{(i)})^2 = \frac{-N_j^{(i)} + \lambda_j^{2(i)}C_{xj}^{equ(i)}}{2C_{xj}^{equ(i)}} + \frac{\sqrt{N_j^{2(i)} - 2N_j^{(i)}\lambda_j^{2(i)}C_{xj}^{equ(i)} + \lambda_j^{2(i)}(C_{xj}^{equ(i)})^2[\lambda_j^{2(i)} + 4N_j^{(i)}]/C_{oj}^{(i)}}}{2C_{xj}^{equ(i)}}. \qquad (9)$$

Производные от (7) имеют вид

$$v_j'^{(i)} = \bar{C}_{1j}^{(i)}sh(k_{1j}^{(i)}z_j)k_{1j}^{(i)} + \bar{C}_{2j}^{(i)}ch(k_{1j}^{(i)}z_j)k_{1j}^{(i)} + \bar{C}_{3j}^{(i)}sh(k_{2j}^{(i)}z_j)k_{2j}^{(i)} + \bar{C}_{4j}^{(i)}ch(k_{2j}^{(i)}z_j)k_{2j}^{(i)}, \qquad (10)$$

$$v_j''^{(i)} = \bar{C}_{1j}^{(i)}ch(k_{1j}^{(i)}z_j)k_{1j}^{2(i)} + \bar{C}_{2j}^{(i)}sh(k_{1j}^{(i)}z_j)k_{1j}^{2(i)} + \bar{C}_{3j}^{(i)}ch(k_{2j}^{(i)}z_j)k_{2j}^{2(i)} + \bar{C}_{4j}^{(i)}sh(k_{2j}^{(i)}z_j)k_{2j}^{2(i)}, \qquad (11)$$

$$v_j'''^{(i)} = \bar{C}_{1j}^{(i)}sh(k_{1j}^{(i)}z_j)k_{1j}^{3(i)} + \bar{C}_{2j}^{(i)}ch(k_{1j}^{(i)}z_j)k_{1j}^{3(i)} + \bar{C}_{3j}^{(i)}sh(k_{2j}^{(i)}z_j)k_{2j}^{3(i)} + \bar{C}_{4j}^{(i)}ch(k_{2j}^{(i)}z_j)k_{2j}^{3(i)}, \qquad (12)$$

$$v_j^{IV(i)} = \bar{C}_{1j}^{(i)}ch(k_{1j}^{(i)}z_j)k_{1j}^{4(i)} + \bar{C}_{2j}^{(i)}sh(k_{1j}^{(i)}z_j)k_{1j}^{4(i)} + \bar{C}_{3j}^{(i)}ch(k_{2j}^{(i)}z_j)k_{2j}^{4(i)} + \bar{C}_{4j}^{(i)}sh(k_{2j}^{(i)}z_j)k_{2j}^{4(i)}. \qquad (13)$$

Значения функции (7) ее производных (10)–(13) при $z_j = 0$ будут равны

$$v_{jo}^{(i)} = \bar{C}_{1j}^{(i)} + \bar{C}_{3j}^{(i)}, \qquad (14)$$

$$v_{jo}'^{(i)} = \bar{C}_{2j}^{(i)}k_{1j}^{(i)} + \bar{C}_{4j}^{(i)}k_{2j}, \qquad (15)$$

$$v_{jo}''^{(i)} = \bar{C}_{1j}^{(i)}k_{1j}^{2(i)} + \bar{C}_{3j}^{(i)}k_{2j}^2, \qquad (16)$$

$$v_{jo}^{IV(i)} = \bar{C}_{2j}^{(i)}k_{1j}^{3(i)} + \bar{C}_{4j}^{(i)}k_{2j}^3. \qquad (17)$$

Начальные параметры $v_{jo}^{(i)}, v_{jo}'^{(i)}, v_{jo}''^{(i)}$ и $v_{jo}'''^{(i)}$ связаны с усилиями в связях сдвига $\tau_{jo}^{(i)}$ и суммарными сдвигающими усилиями $T_{jo}^{(i)}$, действующими в поперечном сечении с координатой $z_j = 0$, следующими зависимостями:

$$T_{jo}^{(i)} = (M_{xjo}^{(i)} + N_j^{(i)}v_{jo}^{(i)} + v_{jo}''^{(i)}C_{xj}^{equ(i)})/c_j, \qquad (18)$$

$$\tau_{jo}^{(i)} = (Q_{jo}^{(i)} + N_j^{(i)}v_{jo}'^{(i)} + v_{jo}'''^{(i)}C_{xj}^{equ(i)})/c_j, \qquad (19)$$

где $M_{xjo}^{(i)}$ и $Q_{jo}^{(i)}$ – соответственно изгибающий момент и поперечная сила в сечении с координатой $z_j = 0$ участка j составного стержня рамы от внешней поперечной нагрузки (без учета усилий, передающихся от связей сдвига); c_j – расстояние между центрами тяжести ветвей составного стержня.

Решая совместно (14)–(19), получаем

$$\bar{C}_{1j}^{(i)} = -(C_{xj}^{equ(i)}v_{jo}^{(i)}k_{2j}^{2(i)} - T_{jo}^{(i)}c_j + M_{xjo}^{(i)} + N_j^{(i)}v_{jo}^{(i)})/[C_{xj}^{equ(i)}(k_{j1}^{2(i)} - k_{j2}^{2(i)})], \qquad (20)$$

$$\bar{C}_{2j}^{(i)} = -(C_{xj}^{equ(i)}v_{jo}'^{(i)}k_{2j}^{2(i)} - \tau_{jo}^{(i)}c_j + Q_{jo}^{(i)} + N_j^{(i)}v_{jo}'^{(i)})/[C_{xj}^{equ(i)}k_{1j}^{(i)}(k_{1j}^{2(i)} - k_{2j}^{2(i)})], \qquad (21)$$

$$\bar{C}_{3j}^{(i)} = (C_{xj}^{equ(i)}v_{jo}^{(i)}k_{1j}^{2j(i)} - T_{jo}^{(i)}c_j + M_{xjo}^{(i)} + N_j^{(i)}v_{jo}^{(i)})/[C_{xj}^{equ(i)}(k_{1j}^{2(i)} - k_{2j}^{2(i)})], \qquad (22)$$

$$\bar{C}_{4j}^{(i)} = (C_{xj}^{equ(i)}v_{jo}'^{(i)}k_{1j}^{2(i)} - \tau_{jo}^{(i)}c_j + Q_{jo}^{(i)} + N_j^{(i)}v_{jo}'^{(i)})/[C_{xj}^{equ(i)}k_{2j}^{(i)}(k_{1j}^{2(i)} - k_{2j}^{2(i)})]. \qquad (23)$$

При повороте узла j на угол, равный φ_0, в нем будут соблюдаться следующие граничные условия (в случае жестких на сдвиг торцов этого стержня):

$$v_{jo}^{(i)} = 0,\ v_{jo}'^{(i)} = \varphi_o,\ \tau_{jo}^{(i)} = 0, \qquad (24)$$

а в узле $j+1$: $v_{j,l_j}^{(i)} = 0,\ v_{j,l_j}'^{(i)} = 0,\ \tau_{j,l_j}^{(i)} = 0,$ (25)

где $\tau_{jo}^{(i)}$ и $\tau_{jl_l}^{(i)}$ – усилия в связях сдвига по концам j-го участка составного стержня рамы.

Подстановка $\bar{C}_{1j}^{(i)}\ ..\ \bar{C}_{4j}^{(i)}$ в уравнения (10), (11) и (19) с учетом (24) и (25) дает систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} A_{11j}^{(i)}M_{xjo}^{(i)} + A_{12j}^{(i)}Q_{jo}^{(i)} + A_{13j}^{(i)}T_{jo}^{(i)} &= V_{1j}^{(i)}, \\ A_{21j}^{(i)}M_{xjo}^{(i)} + A_{22j}^{(i)}Q_{jo}^{(i)} + A_{23j}^{(i)}T_{jo}^{(i)} &= V_{2j}^{(i)}, \\ A_{31j}^{(i)}M_{xjo}^{(i)} + A_{32j}^{(i)}Q_{jo}^{(i)} + A_{33j}^{(i)}T_{jo}^{(i)} &= V_{3j}^{(i)}, \end{aligned} \qquad (26)$$

где

$$A_{11j}^{(i)} = -[ch(k_{1j}^{(i)}l_j) - ch(k_{2j}^{(i)}l_j)]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_{1j}^{2(i)} - k_{2j}^{2(i)})];$$
$$A_{12}^{(i)} = -[sh(k_1^{(i)}l_j)/k_1^{(i)} - sh(k_2^{(i)}l_j)/k_2^{(i)}]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})];$$
$$A_{13}^{(i)} = c_j[ch(k_1^{(i)}l_j) - ch(k_2^{(i)}l_j)]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})];$$
$$A_{21}^{(i)} = [sh(k_2^{(i)}l_j)k_2^{(i)} - sh(k_1^{(i)}l_j)k_1^{(i)}]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})];$$
$$A_{22j}^{(i)} = -[ch(k_{1j}^{(i)}l_j) - ch(k_{2j}^{(i)}l_j)]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_{1j}^{2(i)} - k_{2j}^{2(i)})];$$
$$A_{23}^{(i)} = c_j[sh(k_1^{(i)}l_j)k_1^{(i)} - sh(k_2^{(i)}l_j)k_2^{(i)}]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})];$$
$$A_{31}^{(i)} = \{[sh(k_1^{(i)}l_j)k_1^{3(i)} - sh(k_2^{(i)}l_j)k_2^{3(i)}]/(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)}) + \quad (27)$$
$$+ P[sh(k_1^{(i)}l_j)k_1^{(i)} - sh(k_2^{(i)}l_j)k_2^{(i)}]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})]\}/c_j;$$
$$A_{32}^{(i)} = \{[ch(k_1^{(i)}l)k_1^{2(i)} - ch(k_2^{(i)}l)]/(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)}) -$$
$$-1 + N_j^{(i)}[ch(k_1^{(i)}l_j) - ch(k_2^{(i)}l_j)]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})]\}/c_j;$$
$$A_{33}^{(i)} = -\{[sh(k_1^{(i)}l_j)k_1^{3(i)} - sh(k_2^{(i)}l_j)k_2^{3(i)}]/(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)}) +$$
$$+ N_j^{(i)}[sh(k_1^{(i)}l_j)k_1^{(i)} - sh(k_2^{(i)}l_j)k_2^{(i)}]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})]\}.$$

В (26) свободные члены определяются по формулам

$$V_1^{(i)} = -\varphi_o\{[(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_1^{2(i)})sh(k_2^{(i)}l_j)]/k_2^{(i)} -$$
$$-(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_2^{2(i)})sh(k_1^{(i)}l_j)]/k_1^{(i)}\}/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})];$$
$$V_2^{(i)} = \varphi_o\{1 - [(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_1^{2(i)})ch(k_2^{(i)}l_j) -$$
$$-[(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_2^{2(i)})ch(k_1^{(i)}l_j)]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})]\};$$
$$V_3^{(i)} = \varphi_o\{[(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_1^{2(i)})ch(k_2^{(i)}l_j) - \quad (28)$$
$$-(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_2^{2(i)})ch(k_1^{(i)}l_j)k_1^{2(i)}]/(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)}) +$$
$$+ N_j^{(i)}[(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_1^{2(i)})ch(k_2^{(i)}l_j) -$$
$$-(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_2^{2(i)})ch(k_2^{(i)}l_j)/[C_{xj}^{equ(i)}(k_1^{2(i)} - k_2^{2(i)})]\}/c_j.$$

Решение системы (28) имеет вид

$$M_{xjo}^{(i)} = D_{1j}^{(i)}/D_j^{(i)}, \quad (29)$$

$$Q_{jo}^{(i)} = D_{2j}^{(i)}/D_j^{(i)}, \quad (30)$$

$$T_{jo}^{(i)} = D_{3j}^{(i)}/D_j^{(i)}, \quad (31)$$

где $D_{1j}^{(i)}$, $D_{2j}^{(i)}$, $D_{3j}^{(i)}$, $D_j^{(i)}$ – определители метода Крамера для решения системы (26).

Изгибающий момент на опоре с координатой $z_j = l_j$ рассчитывается при этом по формуле

$$M_{xjl}^{(i)} = M_{xjo}^{(i)} + Q_{jo}^{(i)}l_j. \quad (32)$$

При осадке опоры рассматриваемого стержня с координатой $z_j = 0$ на величину δ_0 будут соблюдаться следующие граничные условия (в случае жестких на сдвиг торцов этого стержня):

$$v_{jo}^{(i)} = 0, \quad v_{jo}'^{(i)} = 0, \quad \tau_{jo}^{(i)} = 0, \quad (33)$$

а в узле $j+1$: $v_{j,l_j}^{(i)} = \delta_0, \quad v_{j,l_j}'^{(i)} = 0, \quad \tau_{j,l_j}^{(i)} = 0.$ (34)

При этих граничных условиях свободные члены будут равны

$$V_1^{(i)} = \delta_0\{[(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_{2j}^{2(i)})ch(k_{1j}^{(i)}l_j) -$$
$$-(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_{1j}^{2(i)})ch(k_{2j}^{(i)}l_j]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_{1j}^{2(i)} - k_{2j}^{2(i)})] + 2\},$$
$$V_2^{(i)} = \delta_0[(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_{2j}^{2(i)})sh(k_{1j}^{(i)}l_j)k_{1j}^{(i)} -$$
$$-(N_j^{(i)} + C_{xj}^{equ(i)}k_{1j}^{2(i)})sh(k_{2j}^{(i)}l_j)k_{2j}^{(i)}]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_{1j}^{2(i)} - k_{2j}^{2(i)})]$$
$$V_3^{(i)} = -\delta_0\{[(N_j^{(i)} + k_{1j}^{2(i)}C_{xj}^{equ(i)})sh(k_{2j}^{(i)}l_j)k_{2j}^{3(i)} - \quad (35)$$
$$-(N_j^{(i)} + k_{2j}^{2(i)}C_{xj}^{equ(i)})sh(k_{1j}^{(i)}l_j)k_{1j}^{3(i)}]/(k_{1j}^{2(i)} - k_{2j}^{2(i)}) +$$
$$+ N_j^{(i)}[(N_j^{(i)} + k_{1j}^{2(i)}C_{xj}^{equ(i)})sh(k_{2j}^{(i)}l_j)k_{2j}^{(i)} -$$
$$-(N_j^{(i)} + k_{2j}^{2(i)}C_{xj}^{equ(i)})sh(k_{1j}^{(i)}l_j)k_{1j}^{(i)}]/[C_{xj}^{equ(i)}(k_{1j}^{2(i)} - k_{2j}^{2(i)})]\}/c_j.$$

Определение усилий на опорах осуществляется аналогично вышеизложенному для случая поворота узла с координатой $z_j = 0$ на угол φ_0.

Если j-й составной стержень при $z_j = l_j$ шарнирно оперт, то при повороте j-го узла на угол φ_0 граничные условия (в случае жестких на сдвиг торцов этого стержня) будут следующими:

$$v_{jo}^{(i)} = 0, \quad v_{jo}'^{(i)} = \varphi_o, \quad \tau_{jo}^{(i)} = 0, \quad (36)$$

а в узле $j+1$: $v_{j,l_j}^{(i)} = 0, \quad \tau_{j,l_j}^{(i)} = 0, \quad M_{xj,l_j}^{(i)} = 0.$ (37)

При осадке на δ_j опоры с координатой $z_j = l_j$ для составного стержня, шарнирно опертого при $z_j = l_j$, граничные условия (в случае жестких на сдвиг торцов этого стержня) будут:

$$v_{jo}^{(i)} = 0, \quad v_{jo}'^{(i)} = 0, \quad \tau_{jo}^{(i)} = 0, \quad (38)$$

а в узле $j+1$: $v_{j,l_j}^{(i)} = \delta_j, \quad \tau_{j,l_j}^{(i)} = 0, \quad M_{j,l_j}^{(i)} = 0.$ (39)

С учетом (36)–(39) решается система уравнений (26) аналогично тому, как это было показано для j-го участка составного стержня с жестко защемленными концами.

Найденные усилия на опорах j-го стержня при $\varphi_0 = 1$ и $\delta_0 = 1$ далее используются как реакции в связях $R_{1j1k}^{(i)}$, $R_{1j2k}^{(i)}$, $R_{2j1k}^{(i)}$ и $R_{2j2k}^{(i)}$ при решении системы уравнений (1).

Деформационный расчет рамы осуществляется с использованием эквивалентного модуля деформаций $E_{j\upsilon}^{equ(i)}$ [4]. Значения параметров, найденных при i-м шаге нагружения, могут быть использованы для проверки устойчивости методом профессора Р. С. Санжаровского [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биргер И. А. Общие алгоритмы решения задач теории упругости, пластичности и ползучести // Успехи механики деформируемых сред. М.: Наука, 1975. С. 61–73.
2. Качанов Л. М. Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960. 455 с.
3. Ржаницын А. Р. Составные стержни и пластинки. М.: Стройиздат, 1986. 314 с.
4. Рочев А. А. Нелинейная теория расчета сквозных упругопластических статически неопределимых рамных систем // Доклады 58-й конференции профессоров, преподавателей, научных работников, инженеров и аспирантов университета: В 3 ч. Ч. 1. СПб.: СПбГАСУ, 2001. С. 93–94.
5. Санжаровский Р. С. Устойчивость элементов строительных конструкций при ползучести. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. 280 с.