

**ИГОРЬ ОЛЕГОВИЧ СЕМЕНОВ**

аспирант кафедры информатики и математического обеспечения математического факультета, Петрозаводский государственный университет (Петрозаводск, Российская Федерация)

*isemenov@cs.karelia.ru***ГЕННАДИЙ СЕРГЕЕВИЧ СИГОВЦЕВ**

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и математического обеспечения математического факультета, Петрозаводский государственный университет (Петрозаводск, Российская Федерация)

*sigovtsev@cs.karelia.ru*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПЛАНИРОВАНИИ СОДЕРЖАНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО КУРСА\*

Рассматривается использование когнитивной карты для моделирования содержания электронного учебного курса. Вводятся количественные характеристики модели и на их основе предлагается оптимизационная модель. Описывается применение генетического алгоритма для решения задачи оптимизации содержания электронного учебного курса.

Ключевые слова: модель содержания электронного учебного курса, когнитивная карта, генетический алгоритм

### ВВЕДЕНИЕ

Электронные учебные курсы (ЭУК) все активнее используются в различных формах образовательного процесса. Существуют графовые модели структуризации учебного материала, составляющего содержание ЭУК, предложенные разными авторами. Например, в [7] рассматривается задача структурирования содержания электронного учебного ресурса с использованием модели структуры в виде ориентированного дерева. Узлами дерева являются учебные элементы, составляющие содержание ресурса, а его дуги отражают отношение иерархической подчиненности элементов друг другу. Такого типа модели могут рассматриваться как варианты семантических сетей, являющихся широко распространенным и наиболее универсальным способом представления знаний в различных предметных областях [2]. Узлы такой сети соответствуют объектам, понятиям, свойствам и т. д. предметной области, называемым обобщенным термином «концепт». Различного рода отношения между концептами образуют дуги сети. В том числе это могут быть иерархические отношения, а также отношения, которые указывают на использование при изучении какого-то концепта информации, связанной с другими концептами, то есть отношения «предыдущий – последующий». Например, в [1] предложен вариант информационно-логической модели электронного курса в виде ориентированного мультиграфа (дугами представлены семь типов отношений между структурными единицами учебного материала). Эта модель предназначена для организации работы с ЭУК и позволяет задать определенный порядок изучения курса, в стиле, характерном для программированного обучения.

В данной работе предлагается использовать для математического моделирования содержания ЭУК аппарат когнитивных карт, представляющих собой с математической точки зрения взвешенные ориентированные графы. Это позволяет ввести в модель содержания некоторые количественные показатели, которые затем применяются для сравнения и выбора варианта модели в зависимости от заданных ограничений. Предложенная модель позволяет также сформулировать постановку оптимизационной задачи планирования содержания ЭУК. При рассмотрении оптимизационного варианта модели содержания предлагается использование одного из вариантов генетического алгоритма.

### КОГНИТИВНАЯ КАРТА – МОДЕЛЬ СОДЕРЖАНИЯ ЭУК

Разновидностью графовых моделей являются когнитивные карты, используемые как инструмент формализации и анализа сложных слабоструктурированных систем при когнитивном моделировании [4]. Понятия когнитивной карты и семантической сети по сути весьма близки, но в когнитивных картах отношения между концептами используются для указания характера и степени влияния одного концепта на другой.

Модель предметной области ЭУК в виде семантической сети концептов с отношениями «предыдущий – последующий» становится числовой когнитивной картой, если этим отношениям будут назначены веса, характеризующие важность знания одного концепта при изучении другого [6]. В предлагаемом варианте модели содержание учебного материала, используемого в ЭУК, представлено в виде множества концептов, которым могут соответствовать различные

структурно-информационные элементы содержания: понятия, суждения, примеры, различного рода иллюстрации, вопросы, задания и т. д. Веса отношений не могут быть получены каким-то формальным способом, а должны быть заданы экспертом и/или разработчиком ресурса, отражая их знания и представления о предметной области.

Пререквизитом концепта будем называть концепт, который является «предшествующим» для данного концепта или для некоторого его пререквизита. Предполагается логическая корректность модели в том смысле, что задаваемые в ней отношения не должны приводить к возникновению «логических кругов», когда некий концепт оказывается принадлежащим множеству его пререквизитов. Кроме того, каждому концепту назначается количественная характеристика – важность концепта для знания предметной области, к которой относится ЭУК (понятия, суждения, примеры...), или важность с дидактической точки зрения (контрольные вопросы, задания...). Важность концепта также является экспертной оценкой, устанавливаемой разработчиком курса. В математическом смысле описываемая модель является взвешенным ориентированным ациклическим графом.

В зависимости от задаваемых ограничений модель дает возможность отбирать учебный материал, руководствуясь некоторым критерием, также имеющим количественное выражение.

Для анализа когнитивных карт применяется ряд характеристик, которые можно использовать в моделировании содержания ЭУК. К числу таких характеристик относятся: влияние одного концепта на другой; влияние концепта на карту; влияние карты на концепт. Для определения этих характеристик введем следующие обозначения:  $w_{ij}$  – вес дуги, соединяющей вершины  $i$  и  $j$  ( $i, j \in \{1, \dots, N\}$ ,  $N$  – количество вершин,  $w_{ij} \in [0, 1]$ ). Величина влияния вершины  $i$  на вершину  $j$   $V_{ij} = 0$ ,

если не существует ни одного пути из  $i$  в  $j$ , иначе  $V_{ij} = \max_l \prod_{s=0}^{m-1} w_{k_s^l, k_{s+1}^l}$ , где  $k_0^l, k_1^l, \dots, k_m^l$  – номера вершин, образующих путь  $l$  из вершины  $i$  в вершину  $j$ . Степень влияния вершины  $i$  на карту определяется как усредненное суммарное влияние на все вершины карты:  $Q_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N V_{ij}$ . Аналогично определяется и степень влияния карты на вершину:  $Q_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N V_{ij}$ . Объединяя степень влияния концепта  $Q_i$  и экспертную оценку его важности  $P_i$ , получаем показатель значимости концепта в учебном курсе в виде  $\alpha \cdot Q_i + \beta \cdot P_i$ , где  $\alpha, \beta$  – весовые коэффициенты. (Значения коэффициентов устанавливаются экспертом – разработчиком курса.)

На модельном уровне проектирование содержания учебного курса можно рассматривать как отбор некоторого количества концептов, образующих вместе с соответствующими отноше-

ниями между ними когнитивную карту – модель предметной области. Указанные выше числовые характеристики позволяют вести отбор концептов, ориентируясь на величину их значимости.

### ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СОДЕРЖАНИЯ ЭУК

При наличии дополнительных числовых параметров концептов и связанных с ними ограничений, не позволяющих включить в модель учебного курса все имеющиеся в модели учебного материала концепты, задаче планирования содержания можно придать оптимизационный характер. Примером такого параметра является экспертная оценка затрат времени на изучение концепта  $t_i$ . Тогда ограничением для множества концептов, включаемых в учебный курс, будет требование, чтобы общее время изучения курса не превосходило заданной величины  $T$ . В качестве подлежащей максимизации целевой функции в этом случае будет выступать суммарная значимость концептов, включаемых в модель курса.

Используем бинарные переменные:  $x_i = 1$ , если концепт с номером  $i$  включен в модель содержания курса, иначе  $x_i = 0$ .  $M = \sum_{i=1}^N x_i$  – количество концептов в модели содержания ЭУК. Степень влияния концепта  $i$  на модель содержания ЭУК зависит от того, какие другие концепты включе-

ны в эту модель:  $\tilde{Q}_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^N x_j \cdot V_{i,j}$ .

Задача оптимизации модели содержания учебного курса в приведенных выше обозначениях имеет следующий вид.

Целевая функция:

$$\sum_{i=1}^N x_i \cdot (\alpha \cdot \tilde{Q}_i + \beta \cdot P_i) \rightarrow \max. \quad (1)$$

Весовые коэффициенты  $\alpha, \beta \geq 0, \alpha + \beta = 1$ .

Ограничение на время изучения:

$$\sum_{i=1}^N x_i \cdot t_i \leq T. \quad (2)$$

Условие корректности по отношению «предшествующий – последующий»:

$$\sum_{i=1}^N (1 - x_i) \cdot \sum_{j=1}^N x_j \cdot V_{i,j} = 0. \quad (3)$$

Задача (1)–(3) относится к классу задач целочисленной нелинейной оптимизации.

### ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Для решения данной задачи предлагается использовать метод, основанный на генетическом алгоритме. Генетический алгоритм (ГА) – это эвристический алгоритм поиска, используемый для решения задач оптимизации путем вариации искомого параметров с использованием набора операторов селекции, скрещивания и мутации, имитирующих процесс, напоминающий биологическую эволюцию [3]. Базовая схема ГА для рассматриваемой задачи имеет следующий вид.

1. Варьируемым параметром алгоритма является множество тех значений индекса  $i$  переменных  $x_i$ , для которых  $x_i = 1$ . Хромосомами, на множестве которых действует ГА, являются вектора  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  (то есть каждая хромосома – это вариант модели содержания ЭУК).

2. Для упрощения реализации генетического алгоритма предлагается использовать в нем хромосомы генерировать без учета корректности получаемой модели по отношению «предыдущий – последующий» между концептами. Это «компенсируется» модификацией целевой функции (в ГА она называется функцией приспособленности) добавлением (со знаком минус) штрафного слагаемого за использование в текущей модели курса концептов, предшественники которых в эту модель не входят. Величина штрафа пропорциональна суммарной величине влияния на концепты модели тех концептов, которые в модель не включены. Таким образом, функция приспособленности в нашем случае имеет вид:

$$F(X) = \sum_{i=1}^N \left[ x_i \cdot (\alpha \cdot \tilde{Q}_i + \beta \cdot P_i) - \gamma \cdot (1 - x_i) \cdot \frac{1}{M} \sum_{j=1}^N x_j \cdot V_{i,j} \right], \quad (4)$$

где  $\gamma$  – вес штрафного слагаемого.

3. Задается численность популяции  $P$  и случайным образом создается начальная популяция из  $P$  хромосом, для каждой из которых выполнено условие (3).

4. Для хромосом текущей популяции вычисляются значения функции приспособленности (4), которые используются оператором селекции, определяющим пары хромосом для скрещивания. Для селекции применяется метод рулетки, или турнирный метод с выбором хромосом с наибольшим значением функции приспособленности из случайно сформированных групп.

5. Для каждой пары хромосом, выбранной на предыдущем этапе с заданной вероятностью, выполняется оператор скрещивания. Используется один из вариантов кроссовера, который осуществляет обмен случайно выбранными участками хромосом пары родителей, создавая пару хромосом-потомков. Хромосома-потомок заменяет хромосому-родителя в следующей

популяции, если для нее выполнено условие (3). Иначе в следующую популяцию переходит хромосома-родитель.

6. В заключение с заданной вероятностью к каждой хромосоме применяется оператор мутации, инвертирующий случайно выбранный ген. (Это означает, что или ранее входивший в модель курса концепт из нее удаляется, или отсутствовавший концепт добавляется в модель.)

Описанный итерационный процесс продолжается, пока не будет выполнен критерий остановки алгоритма. Это выполнение некоторого условия, интерпретируемого как нахождение субоптимального решения, или исчерпание числа итераций. Для тестирования и подбора параметров ГА разработана программная система, которая позволяет сравнить результаты работы алгоритма на тестовой задаче оптимизации модели содержания ЭУК, а также проводить эксперименты с моделями содержания существующих ЭУК. В частности, для тестовой задачи проведены расчеты по сравнению качественных параметров ГА: вид оператора селекции (метод рулетки и турнирный метод) и вид оператора скрещивания (одноточечный, трехточечный и равномерный кроссовер). Для рассматриваемой задачи показано преимущество турнирной селекции и равномерного скрещивания. Также рассмотрено влияние количественных параметров: вероятности скрещивания и вероятности мутации.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанная в работе математическая модель содержания ЭУК на основе когнитивной карты и оптимизационный вариант этой модели дают возможность спроектировать содержание, соответствующее по объему и структуре назначению курса, и организовать рациональную систему навигационных ссылок внутри курса. Такого типа модель в форме когнитивной карты использовалась для проектирования содержания электронного учебного ресурса по дисциплине «Информационные технологии», реализованного в среде программной системы «1С:Электронное обучение. Конструктор курсов» [7].

\* Работа выполнена при поддержке Программы стратегического развития (ПСР) ПетрГУ в рамках реализации комплекса мероприятий по развитию научно-исследовательской деятельности на 2012–2016 гг.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Башмаков А. И., Башмаков И. А. Разработка компьютерных учебников и обучающих систем. М.: Информационно-издательский дом «Филинъ», 2003. 616 с.
2. Башмаков А. И., Башмаков И. А. Интеллектуальные информационные технологии. М., 2005. 304 с.
3. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Генетические алгоритмы. М.: Физматлит, 2006. 320 с.
4. Моделирование систем / С. И. Дворецкий, Ю. Л. Муромцев, В. А. Погонин, А. Г. Схиртладзе. М.: Академия, 2009. 320 с.
5. Семенов И. О., Сиговцев Г. С. Модуль анализа и планирования содержания учебных курсов для LCMS 1С:Электронное обучение. Конструктор курсов // Новые информационные технологии в образовании. Ч. 2. М.: 1С-Пабблишинг, 2012. С. 130–134.
6. Сиговцев Г. С., Семенов И. О. Разработка электронного учебного курса с использованием когнитивной карты как модели содержания // Дистанционное и виртуальное обучение. 2012. № 3.
7. Соловов А. В. Моделирование структуры электронных образовательных ресурсов // Информационные технологии. 2007. № 2. С. 43–48.