

АНДРЕЙ АНАТОЛЬЕВИЧ ПАНЬКОВ

доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры механики композиционных материалов и конструкций аэрокосмического факультета, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (Пермь, Российская Федерация)  
mkmk\_pr@pstu.ru

## ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ КОМПОЗИТА С УЧЕТОМ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ СТРУКТУРЫ И МАКСВЕЛЛ-ВАГНЕРОВСКОЙ РЕЛАКСАЦИИ\*

Получено уточненное аналитическое решение для тензора эффективных проницаемостей композита с разупорядоченной полидисперсной структурой в виде разложения через известные решения для базовых структур и приведенный коэффициент корреляции, рассчитываемый на основе анализа корреляционных функций структур. Точность решения проиллюстрирована на примере расчета эффективных диэлектрических проницаемостей композита с разупорядоченной полидисперсной структурой. Проведен численный расчет и анализ влияния с учетом максвелл-вагнеровской релаксации на действительную и мнимую части эффективной диэлектрической проницаемости композита полимер/феррит с различными полидисперсными структурами величины наполнения ферритовыми волокнами и частоты приложенного электрического поля.

Ключевые слова: композит, эффективные свойства, диэлектрическая проницаемость, максвелл-вагнеровская релаксация

### ВВЕДЕНИЕ

Гетерогенные радиотехнические материалы благодаря своим уникальным физико-механическим свойствам находят широкое применение в различных областях науки и техники. Композиты находят применение в тех случаях, когда традиционные материалы: кристаллы, керамика, сплавы – не обеспечивают необходимого комплекса требуемых характеристик. Возможность оптимизации и управления структурой композитов открывает путь к созданию новых материалов с наперед заданными свойствами. В результате взаимодействия на микроуровне элементов структуры на макроуровне композита возникают качественно новые эффекты по сравнению с однородными материалами. Эффективные свойства композита определяются из условия, чтобы однородное тело с такими свойствами взаимодействовало с приложенным, например, электромагнитным полем на макроуровне так же, как микронеоднородное тело той же формы из композита. Нерегулярный характер реальных структур композитов обуславливает необходимость решения этой задачи в вероятностной постановке.

### 1. Корреляционные функции полидисперсных структур

Рассмотрим нормированные корреляционные функции для разупорядоченной полидисперсной структуры [3] на рис. 1б

$$k_{11}(\mathbf{p}) = \frac{1}{D_{11}} \langle i_1'(\mathbf{r}) i_1'(\mathbf{r}_1) \rangle \quad (1)$$

и для вспомогательных структур на рис. 1а, в соответствии

$$k_{11}^p(\mathbf{p}) = \frac{1}{D_{11}^p} \langle i_1^{p'}(\mathbf{r}) i_1^{p'}(\mathbf{r}_1) \rangle, \quad (2)$$

$$k_{11}^{sc}(\mathbf{p}) = \frac{1}{D_{11}^s} \langle i_1^{sc'}(\mathbf{r}) i_1^{sc'}(\mathbf{r}_1) \rangle, \quad (3)$$

где начальные значения:  $k_{11}(0) = k_{11}^p(0) = k_{11}^{sc}(0) = 1$ , дисперсии:

$$D_{11} = D_{11}^p = D_{11}^{sc} = v_1 (1 - v_1) \quad (4)$$

с учетом равенств  $v_1 = v_1^p = v_1^{sc}$  объемных долей волокон во всех трех структурах,  $\langle \dots \rangle$  – оператор осреднения по представительной области композита  $V$  с учетом статистической однородности и эргодичности [2] структур, вектор разности

$$\mathbf{p} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}; \quad (5)$$

здесь и далее верхние индексы  $p, sc$  указывают на принадлежность к вспомогательным полидисперсным структурам на рис. 1а и рис. 1в соответственно.

Распределение размеров радиусов поперечных сечений однотипных цилиндрических ячеек варьируется в широком диапазоне, включающем и бесконечно малые значения. Считаем, что точка  $\mathbf{r}$  случайным образом лежит внутри некоторой фиксированной цилиндрической ячейки с радиусом поперечного сечения  $R$  и радиус поперечного сечения содержащегося в ней волокна  $r_0$  для полидисперсной структуры на рис. 1а

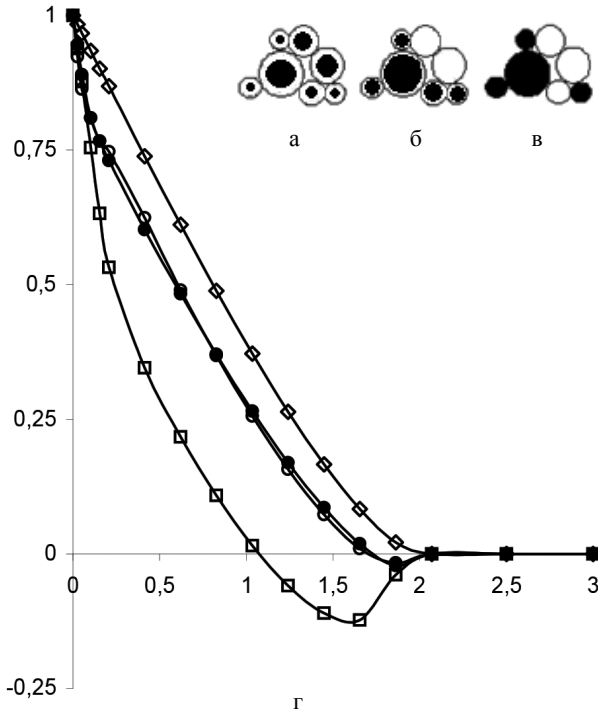


Рис. 1. Фрагменты (а)–(в), нормированные корреляционные функции  $g(r)$  полидисперсных структур

$r_v = R\sqrt{v_1}$  и для структуры на рис. 1б  $r_v = \frac{R}{1+\delta}$ , где заданная величина относительной толщины прослойки матрицы  $\delta = \frac{R-r_v}{r_v}$ . В произвольных ячейках полидисперсной структуры на рис. 1а волокна расположены в них с вероятностью  $p_0 = 1$ , для структуры на рис. 1в – с вероятностью  $p_0 = v_1$ , для структуры на рис. 1б – с вероятностью  $p_0 \in (v_1; 1)$ . Для структуры на рис. 1б величина относительной толщины прослойки матрицы  $\delta$  может быть рассчитана  $\delta = \sqrt{\frac{p_0}{v_1}} - 1$  через заданные значения величин вероятности  $p_0$  и относительной объемной доли волокон  $v_1 \in (1; v_{1\max})$ . Максимальное значение объемной доли волокон в композите  $v_{1\max} = p_0$ , и для этого предельного случая (рис. 1в) прослойка  $\delta = 0$ .

Численный расчет двухточечных корреляционных функций (1)–(3) проведем на основе алгоритма, изложенного в [10], [12]. На рис. 1г представлены результаты расчета нормированных корреляционных функций:  $k_{11}(\rho)$  (●) для структуры на рис. 1б при  $p_0 = 0,8$ ,  $k_{11}^p(\rho)$  (□) для структуры на рис. 1а,  $k_{11}^{sc}(\rho)$  (◇) для структуры на рис. 1в, расстояние между точками  $\rho = |\mathbf{\rho}|$  (9). Дополнительно на рис. 1г приведен результат

аппроксимации (○) нормированной корреляционной функции

$$k_{11}(\rho) \approx p \cdot k_{11}^p(\rho) + (1-p) \cdot k_{11}^{sc}(\rho) \quad (6)$$

через функции  $k_{11}^p(\rho)$  (□),  $k_{11}^{sc}(\rho)$  (◇) и аппроксимирующий коэффициент  $p$  – приведенный коэффициент корреляции.

Рассмотрим метод корреляционных составляющих на примере вычисления тензора эффективных диэлектрических проницаемостей  $\lambda^*$  композита с разупорядоченной полидисперсной структурой (см. рис. 1б) через известные решения для базовых структур (см. рис. 1а, в) на основе разложения (6) нормированной корреляционной функции.

## 2. Метод корреляционных составляющих

*Постановка задачи.* Для микро неоднородной представительной области  $\mathbf{V}$  уравнение непрерывности и краевые условия

$$[\lambda_{ij}(\mathbf{r})\phi_{,i}(\mathbf{r})]_{,j} = 0, \quad \phi_{,\Gamma} = -\hat{E}_{\Gamma}^* r_i \quad (7)$$

относительно искомого поля электрического потенциала  $\phi(\mathbf{r})$ , где коэффициенты

$$\lambda(\mathbf{r}) = \sum_{f=1}^2 i_f(\mathbf{r}) \lambda_f \quad (8)$$

дифференциального оператора – это быстро осциллирующие функции координат  $\mathbf{r}$ ; индикаторная функция  $i_f(\mathbf{r}) = 1, \mathbf{r} \in \mathbf{V}_f$ ;  $i_f(\mathbf{r}) = 0, \mathbf{r} \notin \mathbf{V}_f$ ;  $\lambda_f$  – тензор диэлектрических проницаемостей  $f$ -й фазы и  $\mathbf{V}_f$  – область  $f$ -й фазы в  $\mathbf{V} = \bigcup_{f=1}^2 \mathbf{V}_f$  (считаем, что  $f = 1$  для волокон и  $f = 2$  для матрицы композита);  $\langle i_f \rangle = v_f$  – относительное объемное содержание фазы  $f$  в композите,  $\hat{\mathbf{E}}^* = \langle \hat{\mathbf{E}} \rangle$  – заданный вектор однородной напряженности электрического поля или «макронапряженности» композита. На межфазных поверхностях выполняются условия идеального контакта: непрерывность потенциала и нормальной к поверхности составляющей индукции электрического поля.

Решение для поля перемещений

$$\phi(\mathbf{r}) = (-r_i + h_i(\mathbf{r})) \hat{E}_i^* \quad (9)$$

и для тензора эффективных диэлектрических проницаемостей  $\lambda^*$  композита

$$\lambda_{ij}^* = \langle \lambda_{ij} \rangle - \langle \lambda'_{in} h_{j,n} \rangle \quad (10)$$

сводится к поиску решения для поля  $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ . Искомый тензор  $\lambda^*$  входит в определяющие соотношения

$$\langle \hat{D}_i \rangle = \lambda_{ij}^* \langle \hat{E}_j \rangle \quad (11)$$

на макроуровне композита.

*Эффективные диэлектрические проницаемости.* Для наглядности ограничимся в традиционном решении [2], [4], [9] для пульсаций электрического потенциала

$$\phi'(\mathbf{r}) = h_i(\mathbf{r})\widehat{E}_i^* \quad (12)$$

лишь «корреляционным приближением» или первым членом ряда

$$h_i(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{v}} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) [\lambda'_{ij}(\mathbf{r}_1)]_{,j} d\mathbf{r}_1 + \dots; \quad (13)$$

пульсации напряженностей

$$\widehat{E}'_n(\mathbf{r}) \equiv -\phi'_{,n}(\mathbf{r}) = -h_{i,n}(\mathbf{r})\widehat{E}_i^*,$$

где

$$h_{i,n}(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{v}} G_{,n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) [\lambda'_{ij}(\mathbf{r}_1)]_{,j} d\mathbf{r}_1 + \dots \quad (14)$$

с учетом (12), (13); функция Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)$  является решением уравнения

$$g_{ij} G_{,ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \quad (15)$$

и вместе со своими производными обращается на бесконечности в ноль,  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$  – обобщенная дельта-функция Дирака,  $\mathbf{g}$  – тензор диэлектрических проницаемостей «среды сравнения» [9].

Уточненное решение для тензора  $\lambda^*$  получим на основе аппроксимации (6) нормированной корреляционной функции  $k_{11}(\mathbf{p})$ . Для этого домножим со сверткой по двум парам индексов левую и правую части уравнения (14) на пульсации  $\lambda'(\mathbf{r})$  и осредним

$$\langle \lambda'_{kn} \widehat{E}'_n \rangle = -\int_{\mathbf{v}} G_{,n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \langle \lambda'_{kn}(\mathbf{r}) \lambda'_{ij}(\mathbf{r}_1) \rangle_{,j} d\mathbf{r}_1 \widehat{E}_i^* + \dots \quad (16)$$

Выражение в левой части (16) представим в виде

$$\langle \lambda'_{kn} \widehat{E}'_n \rangle = (\lambda_{ki}^* - \langle \lambda_{ki} \rangle) \widehat{E}_i^* \quad (17)$$

через искомый тензор эффективных диэлектрических проницаемостей  $\lambda^*$  композита с разупорядоченной полидисперсной структурой. В полученном уравнении

$$\begin{aligned} & (\lambda_{ki}^* - \langle \lambda_{ki} \rangle) \widehat{E}_i^* = \\ & = -v_1 (1 - v_1) \overline{\lambda}_{ij} \overline{\lambda}_{kn} \overline{C}_{ksmn} \int_{\mathbf{v}} G_{,n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \frac{\partial}{\partial r_{(1)s}} k_{11}(\mathbf{p}) d\mathbf{r}_1 \widehat{E}_i^* + \dots \end{aligned} \quad (18)$$

используем аппроксимацию (6) нормированной корреляционной функции  $k_{11}(\mathbf{p})$  через корреляционные функции  $k_{11}^p(\mathbf{p})$ ,  $k_{11}^{sc}(\mathbf{p})$  традиционных полидисперсных структур (рис. 1а, в). Таким образом, из (18) получим

$$\begin{aligned} & (\lambda_{ki}^* - \langle \lambda_{ki} \rangle) \widehat{E}_i^* = \\ & = p \cdot \left[ -v_1 (1 - v_1) \overline{\lambda}_{ij} \overline{\lambda}_{kn} \overline{C}_{ksmn} \int_{\mathbf{v}} G_{,n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \frac{\partial}{\partial r_{(1)s}} k_{11}^p(\mathbf{p}) d\mathbf{r}_1 \widehat{E}_i^* + \dots \right] + \\ & + (1 - p) \cdot \left[ -v_1 (1 - v_1) \overline{\lambda}_{ij} \overline{\lambda}_{kn} \overline{C}_{ksmn} \int_{\mathbf{v}} G_{,n}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \frac{\partial}{\partial r_{(1)s}} k_{11}^{sc}(\mathbf{p}) d\mathbf{r}_1 \widehat{E}_i^* + \dots \right] \end{aligned}$$

или

$$\lambda^* - \langle \lambda \rangle = p \cdot (\lambda^{p*} - \langle \lambda \rangle) + (1 - p) \cdot (\lambda^{sc*} - \langle \lambda \rangle). \quad (19)$$

В результате из (19) получим искомое уточненное решение

$$\lambda^* = p \cdot \lambda^{p*} + (1 - p) \cdot \lambda^{sc*} \quad (20)$$

для тензора  $\lambda^*$  эффективных диэлектрических проницаемостей композита с разупорядоченной полидисперсной структурой (рис. 1б), приведенный коэффициент корреляции  $P$  учитывает реальный вид корреляционных функций случайной структуры (6). Известные решения  $\lambda^{p*}$ ,  $\lambda^{sc*}$  в (20) могут быть получены как частные случаи обобщенного сингулярного приближения [9], в котором тензор  $\mathbf{g}$  (15) диэлектрических проницаемостей среды сравнения последовательно приравнен к тензорам  $\lambda_2$ ,  $\lambda^{sc*}$  соответственно. Учет проводимостей  $\gamma_f$  фаз  $f = 1, 2$  и частоты  $\omega$  приложенного электрического поля через комплексную форму записи [1], [5], [6], [7], [8], [11]

$$\lambda_f = \lambda'_f - i \frac{\gamma_f}{\omega} \quad (21)$$

тензоров диэлектрических проницаемостей  $\lambda_f$  фаз с действительными частями  $\lambda'_f$  приводит к комплексному виду

$$\lambda^* = \lambda'^* - i \frac{\gamma^*}{\omega} \quad (22)$$

тензора эффективных диэлектрических проницаемостей композита  $\lambda^*$  и, как следствие, к возникновению на макроуровне композита дисперсии и энергетических потерь в переменных электрических полях, известных под названием «максвелл-вагнеровская релаксация».

Отметим, что решение (20) является уточнением известной формулы

$$\lambda^* = p \lambda^{p*} + (1 - p) \lambda^{sc*}, \quad (23)$$

полученной ранее [4] в обобщенном сингулярном приближении с учетом лишь одноточечных моментов различных порядков разупорядоченных (квазипериодических [4]) случайных структур, где коэффициент корреляции (периодичности)

$$p \equiv \frac{v_{11} - v_1^2}{v_1 (1 - v_1)} \quad (24)$$

рассчитывается через корреляционный момент  $v_{11} = \langle i_1 i_1^p \rangle$ , геометрический смысл которого – относительное объемное содержание области пересечения включений при мысленном наложении разупорядоченной структуры на неразупорядоченную (периодическую) структуру.

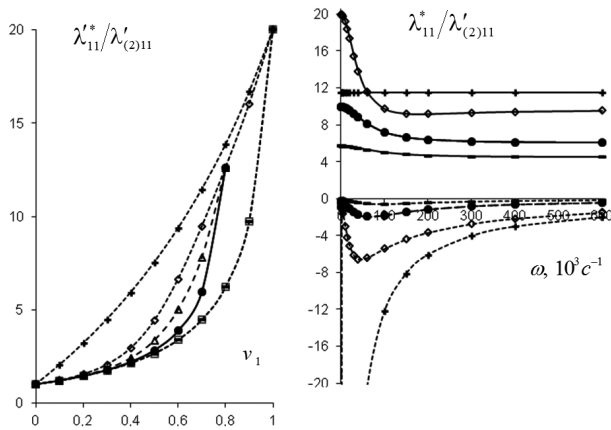


Рис. 2. Концентрационные (а) и частотные (б) зависимости действительной  $\lambda_{11}^*$  и мнимой  $\lambda_{11}''$  частей эффективной диэлектрической проницаемости

### 3. Численный расчет

На рис. 2 представлены результаты расчета действительных  $\lambda_{11}^*$  и мнимых  $\lambda_{11}''$  частей эффективной диэлектрической проницаемости  $\lambda_{11}^*$  в плоскости изотропии  $r_1 r_2$  композита – полиэтилен с ферритовыми волокнами с разупорядоченной полидисперсной структурой (рис. 1в) (○) по формуле (20) с использованием приведенного коэффициента корреляции  $p$  в зависимости от относительного объемного содержания  $v_1$  керамических волокон в полимерной матрице (рис. 2а) и в зависимости от частоты  $\omega$  электрического поля (рис. 2б) в сравнении с точным решением (●) по «трехфазной модели» [3]: волокно с прослойкой матрицы в эффективной среде для заданного численного значения параметра  $p_0 = 0,8$ . На рис. 2б частотные зависимости действительной  $\lambda_{11}^*$  и мнимой  $\lambda_{11}''$  частей обозначены соответственно сплошной и пунктирной линиями. Диэлектрическая проницаемость  $\lambda_{(2)11}' = 0,5\lambda_0$  и проводимость  $\gamma_{(2)11} = 10^{-10}$  (Ом×м) $^{-1}$  полиэтилена [7], для феррита:  $\gamma_{(1)11} = 10^{-5}$  (Ом×м) $^{-1}$  [5],  $\lambda_{(1)11}' = 10\lambda_0$ , где диэлектрическая проницаемость вакуума  $\lambda_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Графики на рис. 2а построены для предельного случая  $\omega \rightarrow \infty$  и здесь мнимая часть  $\lambda_{11}'' \rightarrow 0$  (22), на рис. 2б – для объемной доли волокон  $v_1 = 0,7$ . Дополнительно на рис. 2а для сравнения приведены результаты расчета ( $\Delta$ ) (23) с использованием коэффициента корреляции  $p$  (24) и для базовых полидисперсных структур на рис. 1а (□) и рис. 1б (◇). Нижняя граница (–) Хашина – Штрикмана [1] совпадает с базовым решением (□), а верхняя граница (+)

совпадает при инверсии свойств фаз композита с нижней границей (–).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен метод корреляционных составляющих для решения стохастической краевой задачи стационарного процесса протекания, например, электро- и магнитопроницаемости, тепло- и электропроводности, диффузии в композите со случайной структурой, заданной через разупорядочивание некоторой начальной «более простой» случайной структуры. На основе анализа корреляционных функций искомое решение краевой задачи представлено через расчет соответствующих отклонений от считающегося известным решения для неразупорядоченной, в частном случае периодической, случайной структуры. Получено уточненное аналитическое решение для тензора эффективных проницаемостей композита с разупорядоченной полидисперсной структурой в виде разложения через известные решения для базовых структур и введенный коэффициент корреляции, рассчитываемый на основе анализа корреляционных функций случайной структуры. Точность решения проиллюстрирована на примере расчета эффективных диэлектрических проницаемостей композита с разупорядоченной полидисперсной структурой. Проведен численный расчет и анализ влияния с учетом максвелл-вагнеровской релаксации на действительную  $\lambda_{11}^*$  и мнимую  $\lambda_{11}''$  части эффективной диэлектрической проницаемости  $\lambda_{11}^*$  композита полимер/феррит с различными полидисперсными структурами величины наполнения ферритовыми волокнами  $v_1$  и частоты  $\omega$  приложенного электрического поля. Мнимая часть  $\lambda_{11}''$  эффективной диэлектрической проницаемости обусловлена учетом проводимостей  $\gamma_{(f)11}$  фаз композита и в пределе:  $\lambda_{11}'' \rightarrow 0$ , когда  $\gamma_{(f)11} \rightarrow 0$  или  $\omega \rightarrow 0$ . Для частотных зависимостей  $\lambda_{11}^*(\omega)$  полидисперсного композита характерна глубокая нормальная релаксация, обусловленная тем, что на высоких частотах не успевает накапливаться объемный заряд вблизи межфазных границ [6], [7], [8]. При нормальной релаксации абсолютное значение действительной части  $\lambda_{11}^*$  монотонно уменьшается с ростом частоты, тогда как для мнимой части характерен четко выраженный релаксационный экстремум (см. рис. 2б) и могут быть рассчитаны время релаксации  $\tau_k$  и релаксационная частота  $\omega_k = 1/\tau_k$ , соответствующая экстремуму мнимой части  $\lambda_{11}''$  эффективной диэлектрической проницаемости.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 14-01-96004 p\_урал\_a.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов А. П. Электродинамика композитных материалов. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 208 с.
2. Волков С. Д., Ставров В. П. Статистическая механика композитных материалов. Минск: Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1978. 208 с.
3. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 334 с.
4. Паньков А. А. Механика пьезокомпозитов. Электро- и магнитоупругость неоднородных сред. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. 476 с.
5. Петров В. М., Бичурин М. И., Srinivasan G. Максвелл-вагнеровская релаксация в магнитоэлектрических композиционных материалах // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. № 8. С. 81–87.
6. Соцков В. А. Экспериментальная оценка концентрационной зависимости действительной части диэлектрической проницаемости в неупорядоченной макросистеме парафин-графит // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. № 12. С. 1–5.
7. Турик А. В., Радченко Г. С. Гигантский пьезоэлектрический эффект в слоистых композитах сегнетоэлектрик-полимер // Физика твердого тела. 2003. Т. 45. № 9. С. 1676–1679.
8. Турик А. В., Радченко Г. С., Чернобабов А. И., Турик С. А. Диэлектрическая проницаемость полимерных матриц, содержащих изолированные включения: гигантское диэлектрическое усиление вместо коллективного резонанса // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 79. № 9. С. 512–514.
9. Шермергор Т. Д. Теория упругости микroneоднородных сред. М.: Наука, 1977. 399 с.
10. Monetto I., Drugan W. J. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation for elastic composites containing randomly oriented spheroidal heterogeneities // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2004. Vol. 52. P. 359–393.
11. Pan'kov A. A. Maxwell-wagner relaxation in fibrous polydisperse magnetoelectric piezocomposites // Mechanics of Composite Materials. 2013. Vol. 49. № 1. P. 45–50.
12. Torquato S., Stell G. Microstructure of two-phase random media. I. The n-point probability functions // Journal of Chemical Physics. 1982. Vol. 77. № 4. P. 2071–2077.

Pan'kov A. A., State National Research Politechnical University of Perm (Perm, Russian Federation)

### COMPOSITE'S DIELECTRIC PERMEABILITY INCLUSIVE OF ITS CORRELATED STRUCTURAL FUNCTION AND MAXWELL-WAGNER RELAXATION

The specified analytical decision for the tensor of effective dielectric permeability of a composite with a disordered polydisperse structure in the form of decomposition through known decisions for basic structures and the specified coefficient of correlation is received. The correlation coefficient was obtained on the basis of the analysis of structures' correlation functions. The calculation accuracy is illustrated on the example of calculation of effective dielectric permeability of the composite with disordered polydisperse structure. Numerical calculations and the influence analysis taking into account Maxwell-Wagner relaxation on the real and imaginary parts of effective dielectric permeability of the polymer/ferrite composite with various polydisperse structures filled up by different volumes of ferrite fibers and frequencies of enclosed electric fields are carried out.

Key words: composite, effective properties, dielectric permeability, Maxwell-Wagner relaxation

## REFERENCES

1. Vinogradov A. P. *Elektrodinamika kompozitnykh materialov* [Electrodynamics of composite materials]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2001. 208 p.
2. Volkov S. D., Stavrov V. P. *Statisticheskaya mekhanika kompozitnykh materialov* [Statistical mechanics of composite materials]. Minsk, Izd-vo Belorus. gos. un-ta, 1978. 208 p.
3. Kristensen R. *Vvedenie v mekhaniku kompozitov* [Introduction into mechanics of composites]. Moscow, Mir Publ., 1982. 334 p.
4. Pan'kov A. A. *Mekhanika p'ezokompozitov. Elektro- i magnitoupugost' neodnorodnykh sred* [Mechanics of piezocomposites. Electro- and magnetoelasticity of non-uniform environments]. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. 476 p.
5. Petrov V. M., Bichurin M. I., Srinivasan G. Maxwell-Wagner relaxation in magnetoelectric composite materials [Maksvell-vagnerovskaya relaksatsiya v magnitoelektricheskikh kompozitsionnykh materialakh]. *Pis'ma v ZhTF* [JETP Letters]. 2004. Vol. 30. № 8. P. 81–87.
6. Sotskov V. A. Experimental assessment of concentration dependence of the real part of dielectric permeability in the disordered macrosystem of paraffin-graphite [Eksperimental'naya otsenka kontsentratsionnoy zavisimosti deystvitel'noy chasti dielektricheskoy pronitsaemosti v neuporyadochennoy makrosisteme parafin-grafit]. *Pis'ma v ZhTF* [JETP Letters]. 2004. Vol. 30. № 12. P. 1–5.
7. Turik A. V., Radchenko G. S. Huge piezoelectric effect in layered composites of ferroelectric material-polymer [Gigantskiy p'ezoelektricheskiiy effekt v sloistyykh kompozitakh segnetoelektrik-polimer]. *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State]. 2003. Vol. 45. № 9. P. 1676–1679.
8. Turik A. V., Radchenko G. S., Chernobabov A. I., Turik S. A. Dielectric permeability of the polymeric matrices containing isolated inclusions: huge dielectric strengthening instead of collective resonance [Dielektricheskaya pronitsaemost' polimernykh matrits, sodержashchikh izolirovannye vklucheniya: gigantskoe dielektricheskoe usilenie vmesto kolektivnogo rezonansa]. *Pis'ma v ZhTF* [JETP Letters]. 2004. Vol. 79. № 9. P. 512–514.
9. Shermergor T. D. *Teoriya uprugosti mkroneodnorodnykh sred* [Theory of elasticity of micro non-uniform media]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 399 p.
10. Monetto I., Drugan W. J. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation for elastic composites containing randomly oriented spheroidal heterogeneities // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2004. Vol. 52. P. 359–393.
11. Pan'kov A. A. Maxwell – Wagner relaxation in fibrous polydisperse magnetoelectric piezocomposites // Mechanics of Composite Materials. 2013. Vol. 49. № 1. P. 45–50.
12. Torquato S., Stell G. Microstructure of two-phase random media. I. The n-point probability functions // Journal of Chemical Physics. 1982. Vol. 77. № 4. P. 2071–2077.

Поступила в редакцию 30.10.2013