

УДК 630\*36

**ВЕНИАМИН НИКОЛАЕВИЧ ШИЛОВСКИЙ**доктор технических наук, профессор кафедры технологии металлов и ремонта лесоинженерного факультета ПетрГУ  
*tmir@psu.karelia.ru***ГРИГОРИЙ ЮРЬЕВИЧ ГОЛЬШТЕЙН**аспирант кафедры технологии металлов и ремонта лесоинженерного факультета ПетрГУ  
*grigory@psu.karelia.ru***ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ЗАПАСНЫХ ЧАСТЕЙ  
ДЛЯ УСТРАНЕНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОТКАЗОВ ГИДРОПРИВОДА ЛЕСНЫХ МАШИН**

В статье предложены методические подходы, математические модели расчета запасных частей для устранения параметрических отказов деталей, узлов и агрегатов лесозаготовительных машин в условиях рядовой эксплуатации.

Ключевые слова: распределение ресурсов, плотность распределения ресурсов, наработка детали, средний ресурс, интенсивность изнашивания, объем технических воздействий

При определении количества замен (запасных частей) для устранения параметрического отказа гидропривода ЛЗМ основной характеристикой процесса восстановления является функция восстановления [1], которая численно равна математическому ожиданию количества замен  $N_d$  при наработке  $T$ :

$$N_d = \sum_{i=1}^{\infty} F_i(T), \quad (1)$$

где  $F_i(T)$  – функция распределения ресурсов заменяемых деталей ( $i$ -х замен).

Чтобы выявить фактическое распределение ресурсов заменяемых деталей, требуются длительные эксплуатационные испытания, что затрудняет определение объема технических воздействий и расхода запасных частей. Одним из способов преодоления этих трудностей является метод расчета запасных частей на использовании скорости или интенсивности изнашивания деталей [2], так как получить такие данные можно при сравнительно небольшой наработке, не ожидая отказа детали (сопряжения).

Принимая процесс изнашивания близким к линейному [3], исходное уравнение для определения наработки детали до отказа приблизительно можно записать в следующем виде:

$$T_0 = \frac{\Delta_n - \Delta_0}{k}, \quad (2)$$

где  $T_0$  – наработка детали до отказа, моточас.;  $\Delta_n$  – предельно допустимое значение износа, мкм;  $\Delta_0$  – начальное значение износа, мкм;  $k$  – интенсивность изнашивания, мкм/1000 моточас.

Наработка детали до отказа зависит от многих случайных факторов, поэтому ее можно рассматривать как случайную величину, вид распределения которой может быть различным. Воспользуемся известным в математике приемом, согласно которому любую непрерывную функцию можно с любой степенью точности заменить многочленом  $n$ -й степени, то есть плотность интенсивности изнашивания можно записать в виде:

$$f(k) = a_0 + a_1 \cdot k + a_2 \cdot k^2 + \dots + a_n \cdot k^n, \quad (3)$$

где  $a_0, a_1, \dots, a_n$  – коэффициенты многочлена.

Зависимость (1) можно рассматривать как функцию случайного аргумента  $a$ . Плотность распределения ресурса можно выразить известной формулой:

$$f(T) = \omega[\phi(T)|\phi'(T)], \quad (4)$$

где  $\phi'(T)$  – обратная функция  $\phi(T)$ ;  $|\phi'(T)|$  – абсолютное значение производной от обратной функции.

С учетом выражений (2) и (3) и рекомендаций работы [2] плотность распределения ресурса можно представить в следующем виде:

$$f(T) = \sum_{i=0}^n \frac{a_n (\Delta_n - \Delta_0)^{n+1}}{T^{n+2}}. \quad (5)$$

По найденной плотности распределения, как известно, можно определить средний ресурс исследуемого сопряжения (детали):

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} T \cdot f(T) dT. \quad (6)$$

Согласно рекомендациям работ [1], [2], задавая минимальное  $K_1$  и максимальное  $K_2$  значения интенсивности изнашивания:

$$T_1 = \frac{\Delta_n - \Delta_0}{k_2} \text{ и } T_2 = \frac{\Delta_n - \Delta_0}{k_1},$$

средний ресурс детали с учетом его усеченного распределения может быть определен по формуле:

$$T_{cp} = \frac{(\Delta_n - \Delta_0) \left[ a_0 \cdot \ln \frac{k_2}{k_1} + \sum_{i=1}^n \frac{a_n}{n} (k_2^n - k_1^n) \right]}{\sum_{i=0}^n \frac{a_n}{n+1} (k_2^{n+1} - k_1^{n+1})}. \quad (7)$$

Для упрощения записи введем обозначения:

$$R_1(k) = a_0 \ln \frac{k_2}{k_1} + \sum_{i=1}^n \frac{a_n}{n} (k_2^n - k_1^n), \quad (8)$$

$$R_c(k) = \sum_{i=0}^n \frac{a_n}{n+1} \cdot (k_2^{n+1} - k_1^{n+1}). \quad (9)$$

С учетом принятых обозначений формула (7) будет иметь вид:

$$T_{cp} = \frac{R_1(k)(\Delta_n - \Delta_0)}{R_c(k)}. \quad (10)$$

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma(T)$  среднего ресурса при этом равно:

$$\sigma(T) = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} T^2 f(T) dT - \left( \int_{-\infty}^{\infty} T f(T) dT \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

Подставив в формулу (11) значение функции для усеченного распределения и решив интегралы с учетом принятых обозначений (8) и (9), согласно работе [3], получим зависимость:

$$\sigma(T) = \frac{\Delta_n - \Delta_0}{R_c(k)} \sqrt{R_c(k) \cdot R_2(k) - R_1^2(k)}, \quad (12)$$

где

$$R_2(k) = a_0 \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) + a_1 \ln \frac{k_2}{k_1} + \sum_{i=2}^n \frac{a_n}{n-1} (k_2^{n-1} - k_1^{n-1}).$$

Расход запасных частей, используя выражения  $T_{cp}$  и  $\sigma(T)$ , можно определить по известной в теории надежности формуле:

$$M(T) = \frac{T}{T_{cp}} + \psi_{\alpha} \frac{\sigma(T) \sqrt{T}}{\sqrt{T_{cp}^3}}, \quad (13)$$

где  $M(T)$  – расход запчастей, шт.;  $T$  – наработка объекта с начала эксплуатации, моточас.;  $\psi_{\alpha}$  – квантиль нормального распределения в зависимости от принятой доверительной вероятности  $P = 1 - \alpha$ ;  $\alpha$  – риск недостаточности числа запасных частей.

Подставляя в формулу (13) зависимости (10) и (12), получим:

$$M(T) = \frac{R_c(k)T}{R_1(k)(\Delta_n - \Delta_0)} \cdot \left[ 1 + \frac{\psi_{\alpha} \sqrt{\Delta_n - \Delta_0}}{\sqrt{T}} \cdot \sqrt{\frac{R_2(k)}{R_1(k)} - \frac{R_1(k)}{R_c(k)}} \right]. \quad (14)$$

Неизвестные коэффициенты многочлена (3):  $a_0, a_1, \dots, a_n$ , согласно рекомендациям работы [4], можно найти по экспериментальным данным интенсивностей изнашивания деталей, используя метод наименьших квадратов, а именно метод Чебышева. Выражение для определения искомых коэффициентов имеет вид:

$$f(k) = \frac{\sum W_i}{M} + \frac{\sum W_i \cdot V_1(k_i)}{\sum V_1^2(k_i)} + \dots + \frac{\sum W_i \cdot V_n(k_i)}{\sum V_n^2(k_i)} V_n(k), \quad (15)$$

где  $\sum W_i$  – сумма частот статистического ряда интенсивностей изнашивания;  $M$  – число ин-

тервалов статистического ряда;  $V_n(k_i)$  – коэффициенты полиномов Чебышева.

Согласно работе [4], зависимости  $V_n(k)$  определяются для каждого члена ряда (15) по следующим формулам:

$$V_1(k) = k - \frac{M+1}{2} B, \quad (16)$$

$$V_2(k) = \left( K - \frac{M+1}{2} \right)^2 - \frac{M^2-1}{12}, \quad (17)$$

$$V_3(k) = \left( k - \frac{M+1}{2} \right)^2 - \frac{3M^2+7}{20} \left( k - \frac{M+1}{2} \right), \quad (18)$$

$$V_4(k) = \left( k - \frac{M+1}{2} \right)^4 - \frac{1}{14} (3M^2-13) \left( k - \frac{M+1}{2} \right)^2 + \frac{3(M^2-1)(M^2-9)}{560}. \quad (19)$$

Ошибка ( $\varepsilon_n$ ) приближенного многочлена выражается формулой:

$$\varepsilon_n = \sqrt{\frac{\sum_n}{M - (n+1)}}, \quad (20)$$

где  $\sum_n$  – сумма квадратов разностей между экспериментальными данными и определяемым многочленом.

Рассмотрим применение метода Чебышева на условном числовом примере. При исследовании интенсивности изнашивания деталей шестеренного насоса получен статистический ряд, представленный в табл. 1.

Найдем для этого ряда многочлен  $n$ -й степени. Для этого вычислим сначала первый член ряда (15), то есть уравнение нулевого порядка:

$$f_0(k) = \frac{\sum W_i}{M} = \frac{1}{11} = 0,091.$$

Найдем сумму квадратов разностей для этого уравнения:

$$\sum_0 = \sum W_i^2 - \frac{(\sum W_i)^2}{M} = 0,1352 - \frac{1^2}{11} = 0,0442.$$

Вычисляем ошибку приближения:

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{0,0442}{11-1}} = 0,065.$$

Затем определим второй член ряда по формуле (15). Для этого, согласно формулам (16–19), делаем соответствующие вычисления или берем значения коэффициентов из таблицы [5], соответствующей числу интервалов ряда  $M=11$ .

Составим табл. 2, где значения  $V_i(k_i)$  приведены в четвертой колонке, а сумма квадратов – внизу этой колонки. Вычислим произведения  $W_i V_i(k_i)$  и занесем эти данные в пятую колонку табл. 2. Определим сумму этих произведений и запишем внизу пятой колонки.

Таблица 1

Исходные данные условного примера

Значение $k_i$ в интервале	0...1	1...2	2...3	3...4	4...5	5...6	6...7	7...8	8...9	9...10	10...11	сумма
Частность $W_i$	0,05	0,08	0,16	0,2	0,18	0,12	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01	1,0
$W_i^2$	0,0025	0,0064	0,0256	0,04	0,0324	0,0144	0,01	0,0025	0,0009	0,0004	0,0001	0,132

Таблица 2

Результаты промежуточных расчетов

$k_i$	$W_i$	$W_i^2$	$V_1(k_i)$	$W_i V_1(k_i)$	$V_2(k_i)$	$W_i V_2(k_i)$	$V_3(k_i)$	$W_i V_3(k_i)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0–1	0,05	0,0025	-5	-0,25	+15	+0,75	-30	-1,5
1–2	0,08	0,0064	-4	-0,32	+6	+0,48	+6	+0,48
2–3	0,16	0,0256	-3	-0,48	-1	-0,16	+22	+3,52
3–4	0,20	0,040	-2	-0,40	-6	-1,20	+23	+4,6
4–5	0,18	0,0324	-1	-0,18	-9	-1,62	+14	+2,52
5–6	0,12	0,0144	0	0	-10	-1,2	0	0
6–7	0,10	0,01	+1	+0,10	-9	-0,90	-14	-1,40
7–8	0,05	0,0025	+2	+0,10	-6	-0,30	-23	-1,15
8–9	0,03	0,0009	+3	+0,09	-1	-0,03	-22	-0,66
9–10	0,02	0,0004	+4	+0,08	+6	+0,12	-6	-0,12
10–11	0,01	0,0001	+5	+0,05	+15	+0,15	+30	+0,30
Сумма $\sum$	1,0	0,1352	$V_1^2(K_i)$ 110	-1,21	$V_2^2(K_i)$ 856	$[V_3(K_i)]^2$ 4299		+6,59

Подставив полученные данные, найдем второй член ряда (15):

$$\frac{\sum W_i V_i(k_i)}{\sum V_i^2(k_i)} \left( k - \frac{M+1}{2} \right) = \frac{-1,21}{110} \left( k - \frac{11+1}{2} \right) = 0,066 - 0,011k.$$

Сложив найденный результат с правой частью уравнения нулевого порядка, найдем уравнение первого порядка:

$$f_1(k) = 0,091 + 0,066 - 0,011k = 0,157 + 0,011k.$$

Вычислим разность квадратов и определим ошибку приближения:

$$\sum_1 = \sum_0 - \frac{[\sum W_i V_i(k_i)]^2}{\sum V_i^2(k_i)} = 0,0442 - \frac{-1,21^2}{110} = 0,0318.$$

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{0,0318}{11-2}} = 0,059.$$

Аналогично найдем третий член ряда (15) и уравнение второго порядка:

$$f_2(k) = 0,039 + 0,0437k - 0,00456k^2.$$

Ошибка приближения при этом составит  $\varepsilon_2 = 0,0418$ , то есть она снизилась по сравнению с  $\varepsilon_1$ . Следовательно, необходимо повышать дальше порядок многочлена, пока ошибка приближения не перестанет заметно уменьшаться.

Вычисляем четвертый член ряда (15) и находим уравнение третьего порядка:

$$f_3(k) = -0,107 + 0,159k - 0,0276k^2 + 0,0012k^3.$$

Ошибка приближения для этого уравнения составляет  $\varepsilon_3 = 0,0236$ . Ошибка приближения, как показывает практика расчетов [5], при дальнейших расчетах уменьшается мало. Вычислить многочлен выше четвертого и даже третьего порядка нет надобности.

Оценка погрешностей представленных зависимостей для определения ресурса деталей и числа запчастей применительно к конкретным сопряжениям конкретных узлов гидропривода ЛЗМ может быть осуществлена сопоставлением фактических и расчетных данных об износе и о расходе запасных частей в условиях рядовой эксплуатации в зависимости от фактической наработки исследуемых объектов.

Для ускорения расчетов запасных частей по изложенной методике может быть построена номограмма, состоящая из двух частей: левой и правой.

Один из вариантов возможной (условной) номограммы представлен на рисунке. На горизонтальных шкалах левой части номограммы отложены значения  $\Delta$ , на нижней от 0 до 650 мкм, а на верхней от 0 до 9700 мкм. Начало отсчета у них различное: у нижней – возрастание значений идет слева направо, у верхней – наоборот. Такое расположение этих шкал вызвано различным их применением. Верхняя шкала предназначена для деталей, имеющих большие отклонения предельно допустимых размеров  $\Delta$  и больше интенсивности изнашивания (поршневые и штоковые уплотнения и другие быстроизнашиваемые металлические детали), а нижняя – для деталей с небольшими отклонениями размеров и интенсивностями изнашивания. Для удобства записи значения  $\Delta$  на верхней шкале уменьшены в 100 раз, а на нижней – в 10 раз.

На вертикальной шкале левой части номограммы отложены значения

$$\Delta \frac{R_1(k)}{R_c(k)},$$

то есть средний ресурс детали.

Такое построение номограммы вызвано тем, что при подстановке в формулу (6) значения функции (5) получим интервал, который расходится при  $T=0$  и  $T=\infty$ , а на остальном промежутке сходится. Это хорошо согласуется с физической сущностью рассматриваемой модели процесса изнашивания, согласно которой принятое допущение о постепенном изменении размеров детали означает, что она не может отказать мгновенно, и наоборот – не может работать бесконечно долго без износа. В связи с этим, как уже говорилось, в данном случае необходимо рассматривать усеченное распределение. При этом коэффициент усечения ( $S$ ) можно найти из условия [4]:

$$S \int_{T_1}^{T_2} f(T) dT = 1.$$

Для нахождения величины среднего ресурса надо опустить перпендикуляр из точки, соответствующей значению износа  $\Delta$  для данной детали, до пересечения с линией, на которой указаны пределы варьирования интенсивности изнашивания ( $K_i$ ), а затем из этой точки провести горизонтальную линию до пересечения с вертикальной шкалой. При этом следует учитывать, что для нижней шкалы пучок веерных линий с обозначенными интенсивностями изнашивания выходит из левого нижнего угла, а для верхней шкалы – из правого.

Правая часть номограммы предназначена для определения потребности в запчастях в зависимости от среднего ресурса детали (определяется в левой части номограммы или задается), нара-

ботки объекта с начала эксплуатации  $T$  и доверительной вероятности  $P$ . На нижней горизонтальной шкале правой части номограммы отложены значения

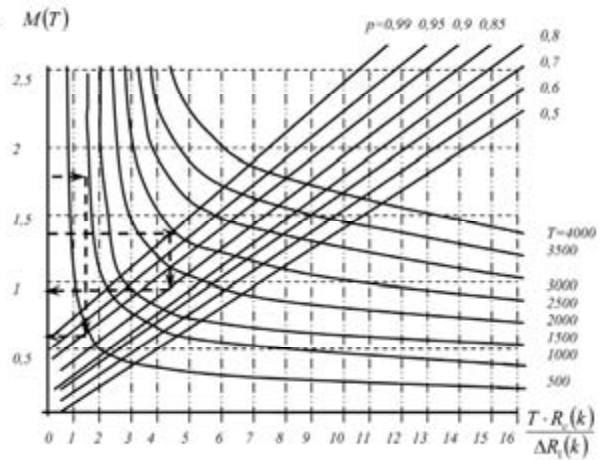
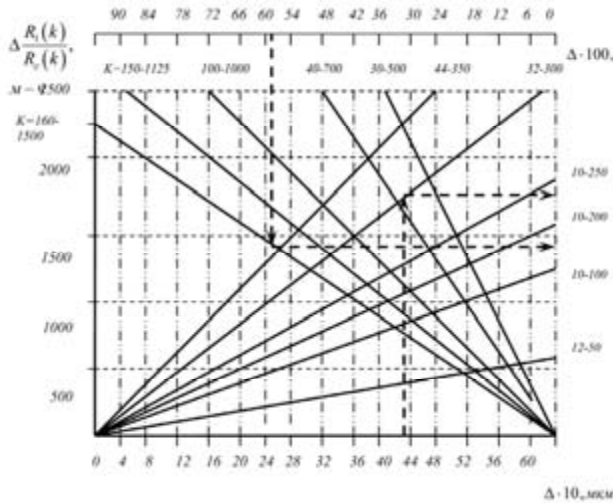
$$\frac{T \cdot R_c(k)}{\Delta R_c(k)},$$

то есть математическое ожидание расхода запасных частей, на вертикальной – потребность в запасных частях на ресурсную наработку объекта (наработку до предельного состояния).

Порядок определения потребности в запасных частях с помощью номограммы рассмотрим на примере. Находим точку пересечения перпендикуляра, восстановленного, например, из  $\Delta = 430$  мм нижней шкалы левой части номограммы, с линией, соответствующей пределам варьирования интенсивности изнашивания данной детали. Из этой точки проводим горизонтальную прямую до пересечения с кривой правой части номограммы, на которой указана соответствующая наработка на отказ, и из этой точки

проводим вертикальную прямую до пересечения с линией с заданной горизонтальной вероятностью. Полученную точку пересечения проектируем на вертикальную шкалу правой части номограммы, на которой указана искомая потребность в запасных частях. Порядок поиска решения на номограмме указан штриховыми линиями со стрелками.

Когда нет данных по интенсивности изнашивания и предельно допустимому отклонению размеров детали, но известен средний ее ресурс, потребность в запасных частях по номограмме определяется так. Из точки, соответствующей среднему ресурсу детали, на вертикальной шкале левой части номограммы проводим горизонтальную прямую до пересечения с линией, на которой указан средний ресурс до предельного состояния, в правой части номограммы. Затем из этой точки проводим вертикальную прямую до пересечения с линией, соответствующей заданной доверительной вероятности, проектируем эту точку на вертикальную шкалу правой части номограммы и находим потребность в запасных частях.



Номограмма для определения объема технических воздействий (замен деталей) при постепенных (параметрических) отказах

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965.
2. Иващенко Н. И. Технология ремонта автомобилей. Киев: Высшая школа, 1977. 360 с.
3. Иващенко Н. И., Гульченко И. М. Влияние износа деталей цилиндропоршневой группы на внешние характеристики автотракторных двигателей // Проблемы трения и изнашивания. Вып. 6. Киев: Техника, 1974. С. 61–63.
4. Иващенко Н. И., Трикозюк В. А. К методике определения количества запасных частей по данным интенсивности изнашивания деталей автомобилей // Автомобильная промышленность. 1974. № 9. С. 38–41.
5. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления: Пер. с англ. М.: Советское радио, 1967. 458 с.