

**ИВАН НИКОЛАЕВИЧ ДЕРБЕНЕВ**

аспирант Троицкого института инновационных и термо-ядерных исследований (г. Троицк, Московская область)  
*ivan\_derbenev@mail.ru*

**АНАТОЛИЙ ВАСИЛЬЕВИЧ ФИЛИППОВ**

доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Троицкого института инновационных и термо-ядерных исследований (г. Троицк, Московская область)  
*fav@triniti.ru*

## ЭКРАНИРОВАНИЕ ЗАРЯДА МАКРОЧАСТИЦЫ В НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ С УЧЕТОМ КОНВЕРСИИ ИОНОВ

Изучено влияние процесса конверсии ионов на характер экранирования заряда пылевой частицы или зонда в плазме с внешним источником ионизации газа. Установлено, что конверсия приводит к трехкомпонентному составу плазмы и вызывает изменение характера экранирования заряда пылевой частицы. Показано, что распределение потенциала вокруг пылевой частицы в этом случае описывается суперпозицией трех потенциалов Дебая с разными постоянными экранирования.

Ключевые слова: плазма, неравновесная плазма, пылевая плазма, экранирование, конверсия, аргон

В настоящее время исследования пылевой плазмы находятся в фокусе внимания многих научных лабораторий ввиду широкой распространенности такой плазмы в природе и в плазменных приложениях [17], [18], [20]. Особый интерес представляет исследование характера экранирования электрического поля заряженных микро- и наночастиц в плазме, так как именно характером экранирования определяется как степень воздействия этих частиц на свойства плазмы, так и электростатический потенциал их взаимодействия друг с другом. Данная проблема имеет важное значение для развития теории зондовых измерений и теории пылевой или комплексной плазмы. Ранее в работах [15], [16], [22], [23] было показано, что экранирование заряда пылевой частицы в неравновесных условиях в плазме с одним доминирующим сортом ионов не описывается теорией Дебая – Хюккеля. Так, в двухкомпонентной плазме как с постоянным источником ионизации газа, так и с самостоятельной ионизацией газа, пропорциональ-

ной плотности электронов, экранирование в общем случае описывается двумя экспонентами с разными постоянными [15], [16], [22], [23].

В настоящей работе рассмотрена трехкомпонентная плазма с двумя сортами ионов аргона:  $\text{Ar}^+$  и  $\text{Ar}_2^+$ . Для аналитических и численных оценок так же, как и в работах [15], [16], [22], [23], выбрана модель точечного стока, учитывающая поглощение электронов и ионов частицей или зондом. Поскольку и здесь используется линеаризация исходных уравнений, модель применима лишь для случаев, допускающих такую линеаризацию. Эти исследования также важны для проблемы создания автономного источника электрической энергии с использованием радиоактивных частиц конденсированной дисперсной фазы микронных размеров [1], [12], [19]. Рабочей средой этого источника является пылевая плазма, в которой ионизация газа осуществляется частицами радиоактивного распада. Такая плазма по своим свойствам подобна плазме несамостоятельного газового разряда в газах, со-

держащих пылевые частицы, об исследовании которого сообщалось в [13].

## 1. АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭКРАНИРОВАНИЯ В ПЛАЗМЕ С ДВУМЯ СОРТАМИ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ИОНОВ

Рассмотрим экранирование в плазме, создаваемой внешним источником ионизации газа при повышенных давлениях. В качестве примера в настоящей работе рассмотрена плазма аргона, в которой достаточно однородная ионизация газа осуществляется высокоэнергетическими электронами пучка. Основные процессы, влияющие на состав такой плазмы, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Основные процессы с участием электронов и ионов в плазме аргона с внешним источником ионизации газа

Процесс	Константа скорости	Использованное в настоящей работе значение константы	Источник
$\text{Ar} + e_b \rightarrow \text{Ar}^+ + e + e_b$	$Q_{\text{ion}}$	$10^{14} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$	[13]
$\text{Ar} + e \rightarrow \text{Ar}^+ + 2e$	$k_{\text{ion}}$	0	—
$\text{Ar}^+ + e \rightarrow \text{Ar} + h\nu$	$\beta_{\text{ph}}$	$2,7 \times 10^{-13} T_e^{-0.75} \text{ см}^3/\text{с}$	[9]
$\text{Ar}^+ + 2e \rightarrow \text{Ar} + e$	$\beta_3$	$8,75 \times 10^{-27} T_e^{-4.5} \text{ см}^6/\text{с}$	[9]
$\text{Ar}^+ + 2\text{Ar} \rightarrow \text{Ar}^2 + \text{Ar}$	$k_{3i}$	$3 \times 10^{-31} \text{ см}^6/\text{с}$	[2], [14]
$\text{Ar}^2 + e \rightarrow 2\text{Ar}$	$\beta_2$	$0,85 \times 10^{-6} (0,026/T_e)^{0.67} \text{ см}^3/\text{с}$	[15]

$e_b$  – электроны пучка,  $e$  – плазменные электроны,  $T_e$  – температура электронов в эВ.

Для установления характера экранирования заряда макрочастиц в плазме с двумя сортами положительных ионов воспользуемся асимптотической теорией экранирования, развитой в работах [15], [16], [22], [23]. Поместим макрочастицу в центр сферической системы координат и положим, что макрочастица имеет сферически-симметричную форму. В дрейфово-диффузационном приближении уравнения, описывающие нестационарный процесс зарядки макрочастицы, имеют вид [7], [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_e &= Q_{\text{ion}} + k_{\text{ion}} n_e n_{\text{Ar}} - (\beta_{\text{ph}} + \beta_3 n_e) n_e n_{i1} - \beta_2 n_e n_{i2} \\ \frac{\partial n_{i1}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_{i1} &= Q_{\text{ion}} + k_{\text{ion}} n_e n_{\text{Ar}} - (\beta_{\text{ph}} + \beta_3 n_e) n_e n_{i1} - k_{3i} n_{i1} n_{\text{Ar}}^2 \quad (1) \\ \frac{\partial n_{i2}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_{i2} &= k_{3i} n_{i1} n_{\text{Ar}}^2 - \beta_2 n_e n_{i2} \\ \Delta \phi &= -4\pi e(n_{i1} + n_{i2} - n_e), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_e &= k_e n_e \nabla \phi - D_e \nabla n_e, \\ \mathbf{j}_{i1} &= -k_{i1} n_{i1} \nabla \phi - D_{i1} \nabla n_{i1}, \\ \mathbf{j}_{i2} &= -k_{i2} n_{i2} \nabla \phi - D_{i2} \nabla n_{i2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $k_\sigma$  и  $D_\sigma$  – подвижности и коэффициенты диффузии электронов ( $\sigma = e$ ), одноатомных ( $\sigma = i1$ ) и двухатомных ионов ( $\sigma = i2$ ), соответственно,  $Q_{\text{ion}}$  – интенсивность объемной ионизации внешним источником,  $\beta_1 = \beta_{\text{ph}} + \beta_3 n_e$  – суммарный коэффициент рекомбинаций электронов и одноатомных ионов аргона,  $\beta_{\text{ph}}$  – коэффициент фоторекомбинации и  $\beta_3$  – коэффициент трехтельной электрон-ионной рекомбинации,  $\beta_2$  – коэффициент рекомбинации электронов и двухатомных ионов аргона,  $k_{3i}$  – константа скорости процесса конверсии одноатомных ионов аргона в двухатомные,  $\phi$  – потенциал самосогласованного поля,  $n_\sigma$  – концентрация плазменных частиц  $\sigma$ -сорта,  $n_{\text{Ar}}$  – концентрация атомов аргона. Отметим, что ионизацией собственными электронами плазмы в несамостоятельных разрядах можно пренебречь [10].

На систему (1) наложим следующие граничные условия [7], [8]:

$$\begin{aligned} n_{e|r=r_0} &= 0, \quad n_{i1|r=r_0} = 0, \quad n_{i2|r=r_0} = 0, \\ \partial \phi / \partial r |_{r=r_0} &= -eq_{\text{int}} / r_0^2, \quad n_{e|r=\infty} = n_{e0}, \\ n_{i1|r=\infty} &= n_{10}, \quad n_{i2|r=\infty} = n_{20}, \quad \phi_{|r=\infty} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $r_0$  – радиус макрочастицы,  $n_{e0}$ ,  $n_{10}$ ,  $n_{20}$  – концентрация электронов и ионов в невозмущенной плазме,  $q_{\text{int}}$  – заряд макрочастицы, найденный интегрированием потоков на нее:

$$q_{\text{int}}(t) = 4\pi r_0^2 \int_0^t (j_e - j_{i1} - j_{i2})_{|r=r_0} dt. \quad (5)$$

Концентрация заряженных частиц в невозмущенной плазме определяется системой уравнений:

$$\begin{aligned} Q_{\text{ion}} + \nu_{\text{ion}} n_{e0} - (\beta_{\text{ph}} + \beta_3 n_{e0}) n_{e0} n_{10} - \beta_2 n_{e0} n_{20} &= 0, \\ \nu_3 n_{10} - \beta_2 n_{e0} n_{20} &= 0, \\ n_{e0} - n_{20} - n_{10} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\nu_{\text{ion}} = k_{\text{ion}} n_{\text{Ar}}$ ,  $\nu_3 = k_{3i} n_{\text{Ar}}^2$ . Из последних двух уравнений находим:

$$n_{10} = \frac{\beta_2 n_{e0}^2}{\beta_2 n_{e0} + \nu_3}, \quad n_{20} = \frac{\nu_3 n_{e0}}{\beta_2 n_{e0} + \nu_3}. \quad (7)$$

Подставив эти решения в первое уравнение системы (6), для нахождения концентрации электронов получим алгебраическое уравнение 4-й степени:

$$\begin{aligned} \beta_2 \beta_3 n_{e0}^4 + \beta_{\text{ph}} \beta_2 n_{e0}^3 + \beta_2 (\nu_3 - \nu_{\text{ion}}) n_{e0}^2 - \\ - (\beta_2 Q_{\text{ion}} + \nu_{\text{ion}} \nu_3) n_{e0} - \nu_3 Q_{\text{ion}} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Согласно правилу знаков Декарта, это уравнение имеет единственное положительное решение. Этот вывод справедлив и в случае, когда трехтельной электрон-ионной рекомбинацией и/или фоторекомбинацией можно пренебречь (когда и  $\beta_3 = 0$ , и  $\beta_{\text{ph}} = 0$ , требование устойчивости плазмы приводит к неравенству  $\nu_3 > \nu_{\text{ion}}$ ).

В стационарном состоянии система уравнений (1) принимает вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{j}_e &= Q_{\text{ion}} + \nu_{\text{ion}} n_e - (\beta_{\text{ph}} + \beta_3 n_e) n_e n_{i1} - \beta_2 n_e n_{i2}, \\ \operatorname{div} \mathbf{j}_{i1} &= Q_{\text{ion}} + \nu_{\text{ion}} n_e - (\beta_{\text{ph}} + \beta_3 n_e) n_e n_{i1} - \nu_3 n_{i1}, \quad (9) \\ \operatorname{div} \mathbf{j}_{i2} &= \nu_3 n_{i1} - \beta_2 n_e n_{i2}. \end{aligned}$$

Нас будет интересовать асимптотическое поведение эффективного потенциала на расстояниях  $r \gg r_0$ , когда все коэффициенты в (9) можно считать независящими от координат [15], [16]. Так как эффективный потенциал является убывающим с расстоянием, начиная с некоторого радиуса  $R_l$  можно провести линеаризацию уравнений (9). Пусть выполнены соотношения Эйнштейна:

$$\frac{D_e}{k_e} = \frac{T_e}{e}, \quad \frac{D_{i1}}{k_{i1}} = \frac{T_{i1}}{e}, \quad \frac{D_{i2}}{k_{i2}} = \frac{T_{i2}}{e}, \quad (10)$$

здесь  $T_e$ ,  $T_{i1}$ ,  $T_{i2}$  – температура электронов и ионов в энергетических единицах (если соотношения Эйнштейна не выполняются, что обычно имеет место для электронов в разрядных условиях, то под температурой будем подразумевать характеристическую энергию  $eD_\sigma/k_\sigma$ ).

Линеаризуем систему, используя выражения для потоков в диффузионно-дрейфовом приближении (3) и соотношения Эйнштейна (10):

$$\begin{aligned} \frac{en_0}{T_e} \Delta \phi - \Delta u_e &= -\frac{(\beta_{\text{ph}} + 2\beta_3 n_{e0}) n_{10} - \nu_{\text{ion}}}{D_e} u_e - \\ &- \frac{\beta_{\text{ph}} + \beta_3 n_{e0}}{D_e} n_{e0} u_1 - \frac{\beta_2}{D_e} (n_{e0} u_2 + n_{20} u_e) - \frac{S_e}{D_e} \delta(\mathbf{r}), \\ -\frac{en_{10}}{T_{i1}} \Delta \phi - \Delta u_1 &= -\frac{(\beta_{\text{ph}} + 2\beta_3 n_{e0}) n_{10} - \nu_{\text{ion}}}{D_{i1}} u_e - \\ &- \frac{\beta_{\text{ph}} + \beta_3 n_{e0}}{D_{i1}} n_{e0} u_1 - \frac{\nu_3}{D_{i1}} u_1 - \frac{S_{i1}}{D_{i1}} \delta(\mathbf{r}), \quad (11) \\ -\frac{en_{20}}{T_{i2}} \Delta \phi - \Delta u_2 &= \frac{\nu_3}{D_{i2}} u_1 - \frac{\beta_2}{D_{i2}} (n_{e0} u_2 + n_{20} u_e) - \\ &- \frac{S_{i2}}{D_{i2}} \delta(\mathbf{r}), \end{aligned}$$

$$\Delta \phi = -4\pi e (u_1 + u_2 - u_e) - 4\pi e q \delta(\mathbf{r}), \quad (12)$$

где  $u_\sigma = u_\sigma(r)$  – отклонения плотности частиц сорта  $\sigma$  от равновесных значений вследствие поглощения плазмы макрочастицей и воздействия ее электрического поля  $u_\sigma(r) = n_\sigma(r) - n_{0\sigma}$ . Для учета граничных условий на границе плазма – макрочастица здесь введены стоки электронов и ионов  $S_\sigma \delta(\mathbf{r})$ , а также заряд макрочастицы  $eq\delta(\mathbf{r})$ , где  $\delta(\mathbf{r})$  – дельта-функция. В стационарном состоянии сток электронов и суммарный сток ионов равны друг другу:

$$S_e = S_{i1} + S_{i2}, \quad (13)$$

но при зондовых измерениях они могут и не совпадать. Отметим, что введенные здесь заряд и стоки не равны истинным, а являются некими

эффективными величинами, значения которых в рамках развивающейся теории не могут быть найдены [15], [16]. Их можно найти, сопоставляя результаты теории с результатами численных расчетов, что будет сделано ниже. Отметим, что потоки частиц плазмы зависят от заряда макрочастицы, поэтому  $q$ ,  $S_e$ ,  $S_{i1}$  и  $S_{i2}$  не являются независимыми величинами.

Применив к уравнениям (11), (12) трехмерное интегральное преобразование Фурье

$$U_{\sigma\mathbf{k}} = \int u_\sigma(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \int \phi(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

и проведя небольшие алгебраические преобразования, получим:

$$\begin{aligned} (k^2 + a_{11}) U_{e\mathbf{k}} + a_{12} U_{i1\mathbf{k}} + a_{13} U_{i2\mathbf{k}} &= b_1, \\ a_{21} U_{e\mathbf{k}} + (k^2 + a_{22}) U_{i1\mathbf{k}} + a_{23} U_{i2\mathbf{k}} &= b_2, \quad (14) \\ a_{31} U_{e\mathbf{k}} + a_{32} U_{i1\mathbf{k}} + (k^2 + a_{33}) U_{i2\mathbf{k}} &= b_3, \end{aligned}$$

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e}{k^2} (U_{i1\mathbf{k}} + U_{i2\mathbf{k}} - U_{e\mathbf{k}} + q). \quad (15)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} k_{de}^2 &= \frac{4\pi e^2 n_{e0}}{T_e}, \quad k_{d1}^2 = \frac{4\pi e^2 n_{10}}{T_{i1}}, \quad k_{d2}^2 = \frac{4\pi e^2 n_{20}}{T_{i2}}, \\ a_{11} &= k_{de}^2 + \frac{\nu_{im} + \beta_2 n_{20}}{D_e}, \quad a_{12} = -k_{de}^2 + \frac{\beta_1 n_{e0}}{D_e}, \\ a_{13} &= -k_{de}^2 + \frac{\beta_2 n_{e0}}{D_e}, \quad b_1 = k_{de}^2 q - \hat{S}_e, \quad a_{21} = -k_{d1}^2 + \frac{\nu_{im}}{D_{i1}}, \\ a_{22} &= k_{d1}^2 + \frac{\beta_1 n_{e0} + \nu_3}{D_{i1}}, \quad a_{23} = k_{d1}^2, \quad b_2 = -k_{d1}^2 q - \hat{S}_{i1}, \\ a_{31} &= -k_{d2}^2 + \frac{\beta_2 n_{20}}{D_{i2}}, \quad a_{32} = k_{d2}^2 - \frac{\nu_3}{D_{i2}}, \\ a_{33} &= k_{d2}^2 + \frac{\beta_2 n_{e0}}{D_{i2}}, \quad b_3 = -k_{d2}^2 q - \hat{S}_{i2}, \quad \hat{S}_e = S_e/D_e, \\ \hat{S}_{i1} &= S_{i1}/D_{i1}, \quad \hat{S}_{i2} = S_{i2}/D_{i2}, \quad \beta_1 = \beta_{\text{ph}} + \beta_3 n_{e0}, \\ \nu_{im} &= (\beta_{\text{ph}} + 2\beta_3 n_{e0}) n_{10} - \nu_{\text{ion}}. \end{aligned}$$

Детерминант системы уравнений (14) определяется выражением:

$$D = k^6 + \alpha_1 k^4 + \alpha_2 k^2 + \alpha_3, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= a_{11} + a_{22} + a_{33}, \\ \alpha_2 &= a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} + a_{11} a_{33} - \\ &- a_{13} a_{31} + a_{22} a_{33} - a_{23} a_{32}, \\ \alpha_3 &= a_{11} a_{22} a_{33} - a_{11} a_{23} a_{32} + a_{12} a_{23} a_{31} - \\ &- a_{12} a_{21} a_{33} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{13} a_{31} a_{22}. \end{aligned}$$

Используя определения коэффициентов  $a_{ik}$  ( $i=1,3$ ;  $k=1,3$ ), найдем:

$$\alpha_1 = k_d^2 + \frac{n_{e0} + \beta_2 n_{20}}{D_e} + \frac{\beta_1 n_{e0} + \nu_3}{D_{i1}} + \frac{\beta_2 n_{e0}}{D_{i2}}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 = k_{de}^2 & \left[ \frac{\beta_1 n_{e0} + \nu_{im} + \nu_3}{D_{i1}} + \frac{\beta_2 (n_{e0} + n_{20})}{D_{i2}} \right] + \\ & + k_{d1}^2 \left[ \frac{\beta_1 n_{e0} + \nu_{im} + \beta_2 n_{20}}{D_e} + \frac{\beta_2 n_{e0} + \nu_3}{D_{i2}} \right] + \\ & + k_{d2}^2 \left[ \frac{\nu_{im} + \beta_2 (n_{e0} + n_{20})}{D_e} + \frac{\beta_1 n_{e0} + \nu_3}{D_{i1}} \right] + \quad (18) \\ & + \frac{\beta_1 \beta_2 n_{e0} n_{20} + \nu_3 (\nu_{im} + \beta_2 n_{20})}{D_e D_{i1}} + \\ & + \frac{\nu_{im} \beta_2 n_{e0}}{D_e D_{i2}} + \frac{\beta_2 n_{e0} (\beta_1 n_{e0} + \nu_3)}{D_{i1} D_{i2}}, \\ \alpha_3 = & \left[ \nu_{im} (\nu_3 + \beta_2 n_{e0}) + \right. \\ & \left. + \beta_2 (n_{e0} + n_{20}) (\nu_3 + \beta_1 n_{e0}) \right] \times \quad (19) \\ & \times \left( \frac{k_{de}^2}{D_{i1} D_{i2}} + \frac{k_{d1}^2}{D_e D_{i2}} + \frac{k_{d2}^2}{D_e D_{i1}} \right). \end{aligned}$$

Так как  $\nu_{im} \geq 0$ , отсюда видно, что все коэффициенты кубического уравнения относительно  $k^2$  уравнения (16) положительны, поэтому согласно правилу знаков Декарта оно не имеет положительных действительных корней. В общем случае анализ уравнения (16) затруднен вследствие громоздкости коэффициентов. Проведенные численные расчеты в аргоне при изменении давления в диапазоне 0,001–1 бар и скорости ионизации газа от  $10^{12}$  до  $10^{20}$  см<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup> показали, что все корни этого уравнения действительны и, соответственно, отрицательны, поэтому детерминант можно представить в виде:

$$D = (k^2 + k_1^2)(k^2 + k_2^2)(k^2 + k_3^2). \quad (20)$$

Отсюда ясно, что экранирование в плазме с двумя сортами положительных ионов в общем случае будет определяться тремя постоянными, которые можно найти аналитически, но мы не будем выписывать эти выражения, так как для реальных вычислений они малопригодны ввиду невысокой точности получаемых решений. Поэтому постоянные экранирования в настоящей работе будем находить численными методами.

Решения системы линейных уравнений (14) имеют вид:

$$\begin{aligned} U_{ek} = D^{-1} & \left[ b_1 k^4 + (b_1 a_{33} + b_1 a_{22} - b_2 a_{12} - b_3 a_{13}) k^2 + \right. \\ & + b_1 (a_{22} a_{33} - a_{23} a_{32}) + b_2 (a_{13} a_{32} - a_{12} a_{33}) + \quad (21) \\ & \left. + b_3 (a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22}) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{i1k} = D^{-1} & \left[ b_2 k^4 + (b_2 a_{11} + b_2 a_{33} - b_1 a_{21} - b_3 a_{23}) k^2 + \right. \\ & + b_1 (a_{31} a_{23} - a_{21} a_{33}) + b_2 (a_{11} a_{33} - a_{13} a_{31}) + \quad (22) \\ & \left. + b_3 (a_{21} a_{13} - a_{11} a_{23}) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{i2k} = D^{-1} & \left[ b_3 k^4 + (b_3 a_{11} + b_3 a_{22} - b_1 a_{31} - b_2 a_{32}) k^2 + \right. \\ & + b_1 (a_{21} a_{32} - a_{22} a_{31}) + b_2 (a_{31} a_{12} - a_{11} a_{32}) + \quad (23) \\ & \left. + b_3 (a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}) \right]. \end{aligned}$$

На основе (21)–(23) находим:

$$U_{1k} + U_{2k} - U_k = \frac{B_1 k^4 + B_2 k^2 + B_3}{D}, \quad (24)$$

где

$$B_1 = -b_1 + b_2 + b_3, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} B_2 = & -b_1 (a_{21} + a_{22} + a_{31} + a_{33}) + \\ & + b_2 (a_{11} + a_{12} - a_{32} + a_{33}) + \quad (26) \\ & + b_3 (a_{11} + a_{13} + a_{22} - a_{23}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_3 = & b_1 (a_{21} a_{32} - a_{21} a_{33} - a_{22} a_{31} - a_{22} a_{33} + a_{23} a_{31} + a_{23} a_{32}) + \\ & + b_2 (a_{11} a_{33} - a_{11} a_{32} + a_{12} a_{31} + a_{12} a_{33} - a_{13} a_{31} - a_{13} a_{32}) + \quad (27) \\ & + b_3 (a_{11} a_{22} - a_{11} a_{23} - a_{12} a_{21} - a_{12} a_{23} + a_{13} a_{21} + a_{13} a_{22}). \end{aligned}$$

Подставив последнее выражение в (15), Фурье-образ потенциала в случае трех различных постоянных экранирования представим в виде:

$$\Phi_k = \frac{4\pi e}{k^2} \left( q + \frac{C_1 k_1^2}{k^2 + k_1^2} + \frac{C_2 k_2^2}{k^2 + k_2^2} + \frac{C_3 k_3^2}{k^2 + k_3^2} \right), \quad (28)$$

где коэффициенты  $C_1, C_2, C_3$  являются решением системы:

$$\begin{cases} C_1 k_1^2 + C_2 k_2^2 + C_3 k_3^2 = B_1, \\ (k_2^2 + k_3^2) k_1^2 C_1 + (k_1^2 + k_3^2) k_2^2 C_2 + (k_1^2 + k_2^2) k_3^2 C_3 = B_2, \\ k_1^2 k_2^2 k_3^2 (C_1 + C_2 + C_3) = B_3. \end{cases} \quad (29)$$

Коэффициенты (25)–(27) через параметры плазмы выражаются следующим образом:

$$B_1 = -q k_d^2 + \tilde{S}_e - \tilde{S}_{i1} - \tilde{S}_{i2}, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} B_2 = & \left( \tilde{S}_e - q k_{de}^2 \right) \left[ \frac{\beta_1 n_{e0} + \nu_{im} + \nu_3}{D_{i1}} + \frac{\beta_2 (n_{e0} + n_{20})}{D_{i2}} \right] - \\ & - \left( \tilde{S}_{i1} + q k_{d1}^2 \right) \left[ \frac{\beta_1 n_{e0} + \nu_{im} + \beta_2 n_{20}}{D_e} + \frac{\beta_2 n_{e0} + \nu_3}{D_{i2}} \right] - \quad (31) \\ & - \left( \tilde{S}_{i2} + q k_{d2}^2 \right) \left[ \frac{\nu_{im} + \beta_2 (n_{e0} + n_{20})}{D_e} + \frac{\beta_1 n_{e0} + \nu_3}{D_{i1}} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_3 = & -q \left[ \nu_{im} (\nu_3 + \beta_2 n_{e0}) + \right. \\ & \left. + \beta_2 (n_{e0} + n_{20}) (\nu_3 + \beta_1 n_{e0}) \right] \left( \frac{k_{de}^2}{D_{i1} D_{i2}} + \frac{k_{d1}^2}{D_e D_{i2}} + \frac{k_{d2}^2}{D_e D_{i1}} \right). \quad (32) \end{aligned}$$

Сравнение последнего выражения с коэффициентом  $\alpha_3$  уравнения (16) показывает, что

$$B_3 = -q \alpha_3 \equiv -q k_1^2 k_2^2 k_3^2. \quad (33)$$

Решениями системы (29) являются:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\left(k_2^2 - k_3^2\right)\left(B_1 k_1^4 - B_2 k_1^2 + B_3\right)}{D_0 k_1^2}, \\ C_2 &= \frac{\left(k_3^2 - k_1^2\right)\left(B_1 k_2^4 - B_2 k_2^2 + B_3\right)}{D_0 k_2^2}, \\ C_3 &= \frac{\left(k_1^2 - k_2^2\right)\left(B_1 k_3^4 - B_2 k_3^2 + B_3\right)}{D_0 k_3^2}, \end{aligned} \quad (34)$$

где

$$D_0 = k_1^4 \left(k_2^2 - k_3^2\right) + k_2^4 \left(k_3^2 - k_1^2\right) + k_3^4 \left(k_1^2 - k_2^2\right).$$

Выполнив обратное Фурье-преобразование, из (28) находим:

$$\phi(r) = \frac{e}{r} \left( q + C_1 + C_2 + C_3 - C_1 e^{-k_1 r} - C_2 e^{-k_2 r} - C_3 e^{-k_3 r} \right). \quad (35)$$

Из последнего уравнения системы (29) и выражения (33) следует, что

$$C_1 + C_2 + C_3 = -q.$$

Поэтому окончательно из (35) находим

$$\phi(r) = -\frac{e}{r} \left( C_1 e^{-k_1 r} + C_2 e^{-k_2 r} + C_3 e^{-k_3 r} \right). \quad (36)$$

В случае двух совпадающих постоянных экранирования, то есть при наличии кратных корней уравнения (16), будем иметь (совпадающие постоянные обозначим как  $k_2$  и  $k_3$ :  $k_2 = k_3$ ):

$$\phi(r) = -\frac{e}{r} \left[ C_1' e^{-k_1 r} + C_2' e^{-k_2 r} + C_3' \left( 1 + \frac{1}{2} k_2 r \right) e^{-k_2 r} \right], \quad (37)$$

где

$$\begin{aligned} C_1' &= \frac{B_1 k_1^4 - B_2 k_1^2 + B_3}{k_1^2 \left(k_1^2 - k_2^2\right)^2}, \\ C_2' &= \frac{B_1 k_2^2 \left(k_2^2 - 2k_1^2\right) + B_2 k_1^2 - B_3}{k_2^2 \left(k_1^2 - k_2^2\right)^2}, \\ C_3' &= \frac{B_1 k_2^4 - B_2 k_2^2 + B_3}{k_2^4 \left(k_1^2 - k_2^2\right)}. \end{aligned} \quad (38)$$

В случае трех совпадающих постоянных экранирования ( $k_1 = k_2 = k_3$ ) потенциал макрочастицы будет описываться выражением:

$$\phi(r) = -\frac{eq}{r} e^{-k_1 r} \left( 1 + C_2'' k_1 r - C_3'' k_1^2 r^2 \right), \quad (39)$$

где

$$\begin{aligned} C_2'' &= \frac{7B_1 k_1^4 - 3B_2 k_1^2 - B_3}{8q k_1^6}, \\ C_3'' &= \frac{B_1 k_1^4 - B_2 k_1^2 + B_3}{8q k_1^6}. \end{aligned} \quad (40)$$

В случае трех одинаковых постоянных экранирования они равны:

$$k_1 = k_2 = k_3 = \frac{1}{3} \alpha_1, \quad (41)$$

а возможность появления таких постоянных экранирования в плазме определяется условиями:

$$\alpha_2 = \frac{1}{3} \alpha_1^2, \quad \alpha_3 = \left(\frac{1}{3} \alpha_1\right)^3. \quad (42)$$

Далее рассмотрим частные случаи, которые реализуются в различных приложениях и для которых можно получить простые аналитические решения для постоянных экранирования.

## 2. ЭКРАНИРОВАНИЕ ПРИ БОЛЬШИХ И МАЛЫХ СКОРОСТЯХ КОНВЕРСИИ ИОНОВ

### 2.1. Большая скорость конверсии ионов

При высоких давлениях для не очень плотной и/или холодной плазмы, когда выполнено условие

$$\beta_2 n_{e0} \ll k_3 n_{Ar}^2, \quad (43)$$

рекомбинацией одноатомных ионов можно пренебречь. В этом случае  $n_{i0} \approx 0$ ,  $k_{d1} \approx 0$  и  $n_{20} \approx n_{e0} \equiv n_0$ . Также положим, что  $k_{ion} = 0$ , так как при высоких давлениях устойчиво и однородно горит только несамостоятельный газовый разряд с внешним источником ионизации газа, в котором самостоятельная ионизация пренебрежимо мала [10] (см. также [3], [5], [6]). Теперь из (16) находим:

$$\left( k^2 + \frac{v_3 + \beta_1 n_0}{D_{i1}} \right) \left[ k^4 + k^2 \left( k_d^2 + k_s^2 \right) + 2k_{se}^2 k_{de}^2 + 2k_{si}^2 k_{di}^2 \right], \quad (44)$$

где  $k_s^2 = k_{se}^2 + k_{si}^2$ ,  $k_{se}^2 = \beta_2 n_0 / D_e$ ,  $k_{si}^2 = \beta_2 n_0 / D_{i2}$ . Один из корней уравнения (44) дает постоянную экранирования

$$k_3 = \sqrt{(v_3 + \beta_1 n_0) / D_{i1}}. \quad (45)$$

Легко показать из (34), что коэффициент  $C_3$  в (36) для этой постоянной в рассматриваемом случае равен нулю. Из выражения в квадратных скобках (44) для двух других постоянных экранирования находим:

$$\begin{aligned} k_{1,2}^2 &= \frac{1}{2} \left( k_d^2 + k_s^2 \right) \pm \\ &\pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( k_d^2 + k_s^2 \right)^2 - 2k_{se}^2 k_{de}^2 - 2k_{si}^2 k_{di}^2}, \end{aligned} \quad (46)$$

где  $k_{di}^2 = k_{d2}^2$ , в рассматриваемом случае  $k_{di}^2 = 4\pi e^2 n_0 / T_{i2}$ . Выражение (46) совпадает с полученным в работах [15], [16]. Отметим, что в изотермической плазме для рассматриваемого случая возможно появление двух одинаковых постоянных экранирования (подробнее см. в [15], [16]).

### 2.2. Малая скорость конверсии ионов

Теперь рассмотрим случай, когда конверсией одноатомных ионов в двухатомные можно пренебречь. Этот случай реализуется при выполнении противоположного (43) условия, например при высоких температурах газа, так как константа трехчастичной конверсии ионов с ростом температуры падает как  $T^{-3/2}$  [20] или при низких давле-

ниях газа. В этом случае  $n_{20} \approx 0$ ,  $k_{d2} \approx 0$ ,  $n_{10} \approx n_{e0} \equiv n_0$ , и из (16) для детерминанта находим:

$$\left( k^2 + \frac{\beta_2 n_0}{D_{i2}} \right) \left[ k^4 + k^2 \left( k_d^2 + k_{ve}^2 + k_{\beta i}^2 \right) + k_{de}^2 \left( k_{\beta i}^2 + k_{vi}^2 \right) + k_{d1}^2 \left( k_{\beta e}^2 + k_{ve}^2 \right) \right], \quad (47)$$

где  $k_{ve}^2 = \nu_{im}/D_e$ ,  $k_{vi}^2 = \nu_{im}/D_{i1}$ ,  $k_{\beta e}^2 = \beta_1 n_0/D_e$ ,  $k_{\beta i}^2 = \beta_3 n_0/D_{i1}$ . Одна из постоянных экранирования равна:

$$k_3 = \sqrt{\beta_2 n_0/D_{i2}}, \quad (48)$$

но, как легко показать из (34), коэффициент  $C_3$  в (36) для этой постоянной равен нулю. Здесь мы не будем приводить общее решение для двух других постоянных экранирования, а рассмотрим более частные случаи, когда можно пренебречь фоторекомбинацией и когда можно пренебречь трехтельной рекомбинацией.

### 2.2.1. Малая скорость фоторекомбинации

Этот случай, в котором  $\beta_1 = \beta_3 n_0$ ,  $\nu_{im} = 2\beta_3 n_0^2 - \nu_{ion}$ , реализуется в достаточно плотной плазме, когда трехтельная рекомбинация преобладает, то есть при выполнении условия

$$\beta_3 n_0 \gg \beta_{ph}. \quad (49)$$

Например, в термической плазме концентрация электронов и ионов определяется соотношением Саха [9]:

$$\frac{n_{e0} n_{i0}}{n_{Ar}} = 2 \frac{g_i}{g_a} \left( \frac{2\pi m T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{I_{Ar}}{T} \right) = A \frac{g_i}{g_a} T^{3/2} \exp \left( -\frac{I_{Ar}}{T} \right), \quad (50)$$

где  $A = 4,85 \times 10^{15} \text{ см}^{-3} \text{K}^{-3/2} = 6,06 \times 10^{21} \text{ см}^{-3} \text{эВ}^{-3/2}$  [9],  $g_i$  – статистический вес иона (для  $\text{Ar}^+$   $g_i = 6$ ),  $g_a$  – статистический вес атома (для  $\text{Ar}$   $g_a = 1$ ),  $h$  – постоянная Планка,  $I_{Ar}$  – потенциал ионизации атомов ( $I_{Ar} = 15.76 \text{ эВ}$ ),  $T$  – температура газа в энергетических единицах. Сопоставляя выражения для коэффициентов рекомбинации, представленные в табл. 1, и используя (50), можно определить критическую температуру, при которой скорости двух рассматриваемых процессов рекомбинации сравняются друг с другом. При атмосферном давлении в чистом аргоне это произойдет при температуре газа, равной  $\sim 0.5 \text{ эВ}$ . При более низкой температуре в процессах гибели электронов будет преобладать фоторекомбинация. Если в термической плазме будут присутствовать атомы щелочных металлов с низким потенциалом ионизации, то граничная температура будет существенно меньшей.

В плазме несамостоятельного разряда при  $T_e = T_i = 0.0258 \text{ эВ}$  фоторекомбинацией можно пренебречь при скоростях ионизации газа внешним источником, превышающих  $10^5 \text{ см}^{-3} \text{с}^{-1}$ . С ростом электронной температуры граничная скорость ионизации также растет.

Далее ограничимся рассмотрением изотермической плазмы, в которой  $k_{de}^2 = k_{d1}^2 = \frac{1}{2} k_d^2$ . Тогда из (46) для постоянных экранирования в плазме с внешним источником ионизации газа при  $\nu_{ion} = 0$  (с учетом  $k_{ve}^2 = 2\beta_3 n_0^2/D_e$ ,  $k_{vi}^2 = 2\beta_3 n_0^2/D_{i1}$ ,  $k_{\beta e}^2 = \beta_3 n_0^2/D_e$ ,  $k_{\beta i}^2 = \beta_3 n_0^2/D_{i1}$ ) получим:

$$k_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} & k_d^2 + \beta_3 n_0^2 \left( \frac{2}{D_e} + \frac{1}{D_{i1}} \right) \pm \\ & \pm \sqrt{ \left[ k_d^2 + \beta_3 n_0^2 \left( \frac{2}{D_e} + \frac{1}{D_{i1}} \right) \right]^2 - 6k_d^2 \beta_3 n_0^2 \left( \frac{1}{D_e} + \frac{1}{D_{i1}} \right) } \end{aligned} \right\}.$$

Так как всегда выполнено условие  $D_e \gg D_{i1}$ ,

$$k_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left\{ k_d^2 + \frac{\beta_3 n_0^2}{D_{i1}} \pm \sqrt{ \left( k_d^2 - \frac{\beta_3 n_0^2}{D_{i1}} \right)^2 - 2k_d^2 \frac{\beta_3 n_0^2}{D_{i1}} } \right\}. \quad (51)$$

Из (51) видно, что возможно появление комплексных постоянных экранирования при выполнении условия

$$2k_d^2 \frac{\beta_3 n_0^2}{D_{i1}} > \left( k_d^2 - \frac{\beta_3 n_0^2}{D_{i1}} \right)^2. \quad (52)$$

Выражение (52) представим в виде:

$$2 \frac{k_d^2}{n_0} \cdot \frac{\beta_3 n_0}{D_{i1}} > \left( \frac{k_d^2}{n_0} - \frac{\beta_3 n_0}{D_{i1}} \right)^2. \quad (53)$$

Величина  $k_d^2/n_0$  не зависит от концентрации электронов и ионов, поэтому при заданной температуре  $T$  левая часть (53) с ростом скорости ионизации газа линейно растет, причем эта зависимость проходит через начало координат, а правая часть (53) падает. Следовательно, эти кривые обязательно пересекутся, и это произойдет при скорости ионизации газа

$$Q_{ion} = \frac{8(2 - \sqrt{3})^3 \beta_{1L}^3}{\beta_3^2}, \quad (54)$$

где  $\beta_{1L} = 4\pi e k_{i1}$  – коэффициент рекомбинации Ланжевена одноатомных ионов. При дальнейшем увеличении скорости ионизации условие (52) начнет нарушаться после достижения

$$Q_{ion} = \frac{8(2 + \sqrt{3})^3 \beta_{1L}^3}{\beta_3^2}.$$

На рис. 1 приведены зависимости критической скорости ионизации газа, согласно (54), от температуры изотермической плазмы. На этом графике также приведена кривая потерь одно-

атомных ионов за счет конверсии в двухатомные, которые, как видно на рисунке, на несколько порядков меньше потерь в процессе трехатомной рекомбинации (практически совпадающих со скоростью ионизации газа). Потери за счет фотопрекомбинации при этих скоростях ионизации газа оказались пренебрежимо малыми. Из рис. 1 видно, что условие (53) может быть выполнено только при очень высоких скоростях ионизации газа, недостижимых на практике. Также нужно отметить, что при таких высоких скоростях ионизации газа температура электронов будет существенно отличаться от газовой и ионной температур.

Далее рассмотрим термическую плазму ( $T_e = T_{i1} = T$ ), в которой  $Q_{ion} = 0$ . Теперь  $v_{ion} = \beta_3 n_0^2$  или  $n_0 = \sqrt{v_{ion}/\beta_3}$ ,  $k_{ve}^2 = k_{\beta e}^2 = \beta_3 n_0^2/D_e$ ,  $k_{vi}^2 = k_{\beta i}^2 = \beta_3 n_0^2/D_{i1}$ . Для определения постоянных экранирования из (47) получаем уравнение:

$$k^4 + k^2 (k_d^2 + k_{\beta e}^2 + k_{\beta i}^2) + k_d^2 (k_{\beta e}^2 + k_{\beta i}^2) = 0. \quad (55)$$

Из (55) находим:

$$k_1^2 = k_d^2, \quad k_2^2 = k_{\beta e}^2 + k_{\beta i}^2,$$

то есть одна из постоянных экранирования совпадает с дебаевской. В этом случае возможно равенство  $k_1 = k_2$ . Найдем параметры термической плазмы, при которых это равенство будет иметь место:

$$\frac{8\pi e^2 n_0}{T} = \beta_3 n_0^2 \left( \frac{1}{D_e} + \frac{1}{D_{i1}} \right).$$

Так как  $D_e \gg D_{i1}$ , отсюда получим:

$$\frac{8\pi e^2 n_0 D_{i1}}{T} \approx \beta_3 n_0 \quad \text{или} \quad 2\beta_L \approx \beta_3 n_0, \quad (56)$$

где  $\beta_L = 4\pi e k_{i1}$  – ланжевеновский коэффициент рекомбинации одноатомных ионов. Оценки с использованием соотношения Саха показывают, что равенство (56) возможно только при очень высоких давлениях. В этой области параметров приведенные в табл. 1 зависимости вряд ли применимы.

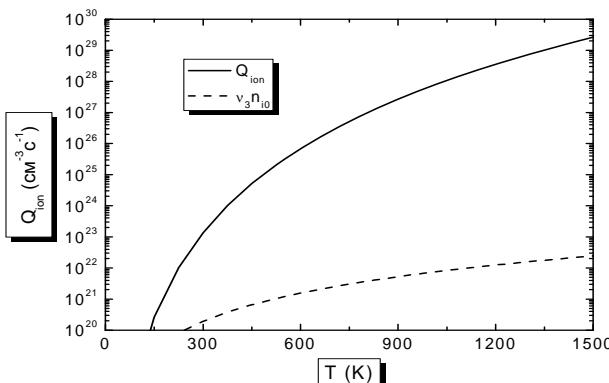


Рис. 1. Значения критической скорости ионизации газа в зависимости от температуры при концентрации газа  $N = 2,5 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , согласно (54), выше которых появятся комплексные значения постоянных экранирования

### 2.2.2. Малая скорость трехчастичной рекомбинации

В этом случае  $\beta_1 = \beta_{ph}$ ,  $v_{ion} = \beta_{ph} n_0 - v_{ion}$ , и из (47) в обозначениях [15], [16], [22], [23] получим:

$$\begin{aligned} k^4 + k^2 (k_d^2 + k_s^2 - k_{ie}^2) + \\ + k_{de}^2 (2k_{si}^2 - k_{ii}^2) + k_{d1}^2 (2k_{se}^2 - k_{ie}^2) = 0, \end{aligned} \quad (57)$$

где

$$k_{ve}^2 = (\beta_{ph} n_0 - v_{ion})/D_e = k_{se}^2 - k_{ie}^2,$$

$$k_{vi}^2 = (\beta_{ph} n_0 - v_{ion})/D_{i1} = k_{si}^2 - k_{ii}^2, \quad k_{\beta e}^2 = k_{se}^2, \quad k_{\beta i}^2 = k_{si}^2.$$

Это выражение совпадает с полученным в работах [15], [16], [22], [23] уравнением для нахождения постоянных экранирования в двухкомпонентной плазме.

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ПОСТОЯННЫХ ЭКРАНИРОВАНИЯ И ПРОЦЕССА ЗАРЯДКИ МАКРОЧАСТИЦ

Для проверки полученных результатов проведем численные расчеты зарядки пылевых частиц. Систему нестационарных уравнений (1)–(2) с граничными условиями (4) будем решать численно, методом конечных разностей [7], [8]. В качестве внешней границы будем использовать сферу с радиусом, равным радиусу ячейки Зейтца – Вигнера

$$\begin{aligned} a_d = \left( \frac{4}{3} \pi n_d \right)^{-1/3}: \\ n_e \Big|_{r=a_d} = n_{e0}, \quad n_{i1} \Big|_{r=a_d} = n_{i0}, \quad n_{i2} \Big|_{r=a_d} = n_{i20}, \\ \phi \Big|_{r=a_d} = 0, \end{aligned} \quad (58)$$

где  $n_d$  – концентрация макрочастиц, которая выбиралась такой, чтобы исключить влияние внешней границы на результаты расчетов. Концентрации электронов и ионов в невозмущенной плазме находились численно из системы (6). В качестве начальных данных задавались нулевые значения потенциала во всей ячейке, и в большинстве расчетов полагалось, что ячейка Зейтца – Вигнера заполнена плазмой с равновесной концентрацией.

Расчеты проведены для аргона, коэффициенты переноса электронов в котором были рассчитаны на основе численного решения уравнения Больцмана для ФРЭЭ с сечениями из [24]. При  $T_e = 300$  К подвижность и коэффициент диффузии электронов при концентрации атомов аргона  $n_{Ar} = 2,5 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$  равны:  $k_e = 9,98 \times 10^4 \text{ см}^2/(\text{В с})$ ,  $D_e = 2580 \text{ см}^2/\text{с}$ . При  $T_e = 300$  К  $= 0,026 \text{ эВ}$ ,  $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$  коэффициенты рекомбинации равны:  $\beta_2 = 8,5 \times 10^{-19} \text{ см}^3/\text{с}$ ,  $\beta_{ph} = 4,188 \times 10^{-12} \text{ см}^3/\text{с}$ ,  $\beta_3 = 1,22 \times 10^{-19} \text{ см}^6/\text{с}$ ,  $\beta_1 = 1,329 \times 10^{-9} \text{ см}^3/\text{с}$ . При атмосферном давлении коэффициенты переноса ионов равны ( $T_i = 300$  К) [11]:  $k_{i1} = 1,30 \text{ см}^2/(\text{В с})$ ,  $D_{i1} = 3,364 \times 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $k_{i2} = 2,094 \text{ см}^2/(\text{В с})$ ,  $D_{i2} = 5,419 \times 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$ .

Температура электронов во всей расчетной области полагалась постоянной; соответственно, полагались постоянными все коэффициенты переноса и рекомбинации. Более подробно методика расчета заряда макрочастиц описана в [7], [8].

На рис. 2 приведены начальные распределения электронов и ионов в расчетной ячейке и установившиеся, стационарные распределения. Видно, что возмущение, вызванное поглощением электронов и ионов пылевой частицей радиусом 1 микрон, простирается на сотни микрон. Также видно, что даже при таком низком давлении, как  $10^3$  Па, концентрация молекулярных ионов уже превышает концентрацию атомарных.

На рис. 3 представлены зависимости заряда макрочастицы от времени при трех разных давлениях. Видно, что с уменьшением давления время выхода заряда на стационарный уровень также уменьшается, что обусловлено ростом коэффициента амбиполярной диффузии ионов с уменьшением давления, в то время как характерный размер области нарушения квазинейтральности плазмы вокруг макрочастицы, пропорциональный дебаевскому радиусу экранирования, слабо зависит от давления. Поэтому характерное время пересечения ионом области пространственного заряда вокруг пылевой частицы с уменьшением давления уменьшается и время формирования пространственного профиля концентрации ионов также уменьшается.

На рис. 4, 5 приведены зависимости потенциала от расстояния до центра макрочастицы, полученные в численном расчете и согласно асимптотической теории экранирования. Из рис. 4, 5 видно, что расчетный потенциал хорошо описывается суперпозицией трех экспонент с постоянными экранирования, вычисленными из (16). С увеличением давления, как видно из сравнения рис. 4 и 5, наименьшая постоянная экранирования также растет и потенциал макрочастицы при более высоком давлении быстрее спадает с расстоянием.

В табл. 2 представлены постоянные экранирования и коэффициенты  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$  зависимости (36) потенциала от расстояния, вычисленные из выражений (34) с использованием полученных в численном расчете значений заряда и стоков электронов и ионов для разных давлений аргона при  $T_e = 0,028$  эВ. Также приведены значения этих коэффициентов, найденные сравнением расчетных распределений потенциалов (см. рис. 4, 5) с кривыми, полученными из зависимости (36). При расчете распределений потенциала из (36) использовались полученные из формулы (16) постоянные экранирования. Видно, что с ростом давления согласие между полученными двумя способами значениями коэффициентов улучшается и при атмосферном давлении они практически совпадают друг с другом. Отличие коэффициентов связано с отмеченным выше обстоятельством, что заряды и стоки в модели точечных стоков являются некоторыми эффективными величинами, которые отличаются от истинных и в рамках асимптотической теории

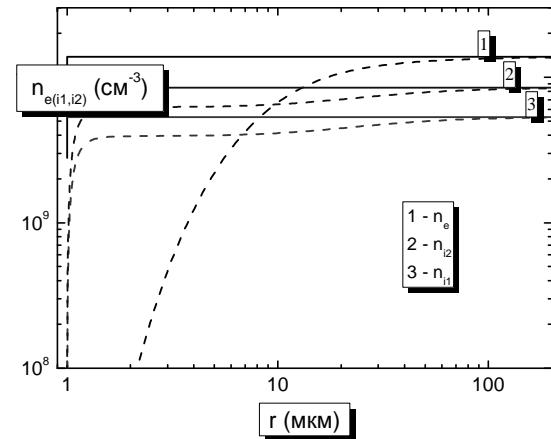


Рис. 2. Зависимости концентрации электронов и ионов от расстояния до частицы:

При давлении  $10^3$  Па в аргоне при  $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ ,  $T_e = 300 \text{ K}$ ,  $n_d = 10^5 \text{ см}^{-3}$ : сплошные линии – в момент времени  $t = 0$ , пунктирные линии – стационарные распределения при  $t = 100 \text{ мкс}$ ;  $n_e$  – концентрация электронов,  $n_{i1}$  – концентрация атомарных и  $n_{i2}$  – концентрация молекулярных ионов

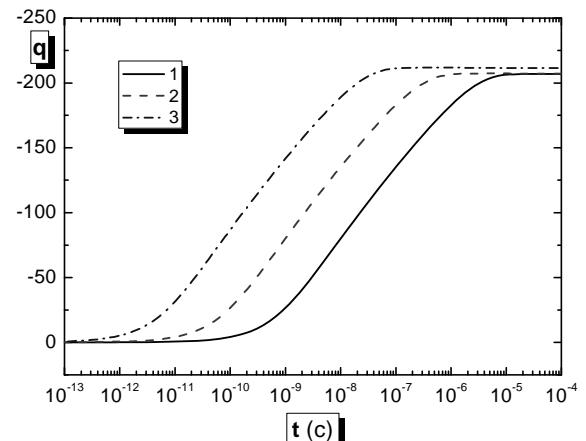


Рис. 3. Эволюция заряда макрочастицы во времени в аргоне при разных давлениях: 1 –  $10^5$  Па, 2 –  $10^4$  Па, 3 –  $10^3$  Па

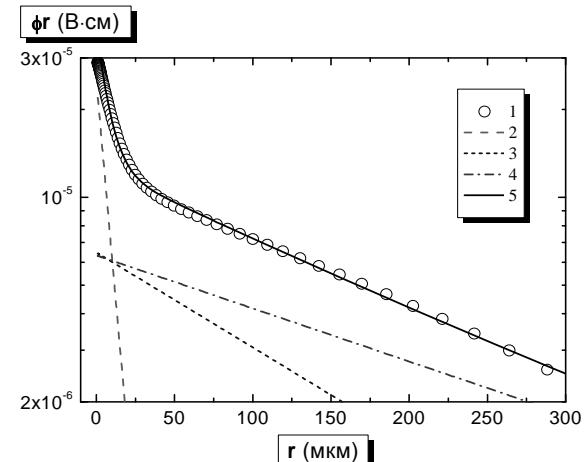


Рис. 4. Зависимости потенциала от расстояния до частицы при давлении  $10^3$  Па:

1 – расчетные точки (три раза прорежены), 2 – распределение потенциала с первой постоянной экранирования, 3 – со второй, 4 – с третьей, 5 – их сумма

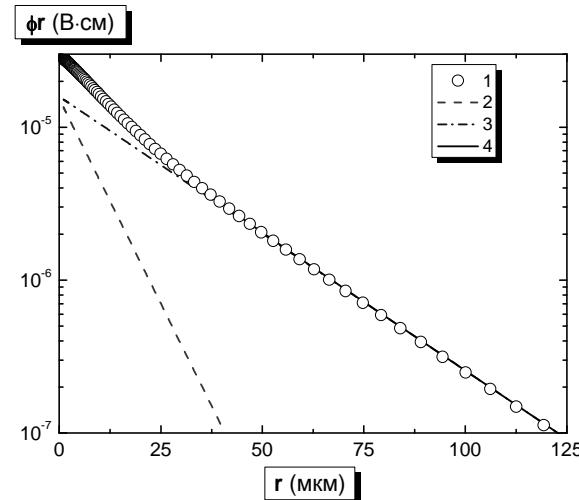


Рис. 5. Зависимости потенциала от расстояния до частицы при давлении  $10^5$  Па:  
1 – расчетные точки (два раза прорежены), 2 – распределение потенциала со второй постоянной экранирования, 3 – с третьей, 4 – их сумма (распределение с первой постоянной экранирования в данном масштабе проходит значительно ниже оси абсцисс)

Таблица 2

Постоянные экранирования и коэффициенты  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$  зависимости (36) потенциала от расстояния при  $T_e = 0,0258$  эВ

р, бар		0.01	0.1	1
$k_{sh1}$	Численное решение (16), см <sup>-1</sup>	0,1391	0,2361	7,466
$k_{sh2}$		$7,480 \times 10^{-3}$	0,1232	0,1232
$k_{sh3}$		$4,182 \times 10^{-3}$	$1,305 \times 10^{-2}$	$4,125 \times 10^{-2}$
$C_1$	Из (34)	133,617	$1,969 \times 10^{-2}$	$-1,984 \times 10^{-7}$
$C_2$	Из численных расчетов	175	–	–
$C_3$	Из (34)	-0,1044	125,531	106,295
$C_3$	Из численных расчетов	45	140	106,295
$C_3$	Из (34)	77,961	81,699	100,621
$C_3$	Из численных расчетов	44	83	110

не могут быть найдены. Из табл. 2 также видно, что с ростом давления коэффициент  $C_1$  становится, как и отмечалось выше, пренебрежимо малым (в численных расчетах постоянные экранирования пронумерованы по убыванию, поэтому  $C_1$  соответствует  $k_{sh1}$ , который при высоких давлениях практически совпадает с  $k_3$ , вычисленной из (45) (см. рис. 4, 5)).

На рис. 6–8 приведены зависимости постоянных экранирования от давления аргона при

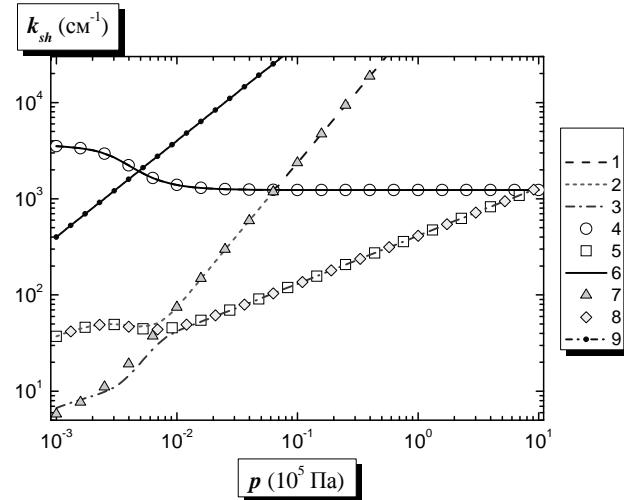


Рис. 6. Зависимости постоянных экранирования от давления аргона при  $T_e = 0,0258$  эВ: 1 –  $k_{sh1}$ , 2 –  $k_{sh2}$ , 3 –  $k_{sh3}$ , 4 –  $k_1$  из (46), 5 –  $k_2$  из (46), 6 –  $k_d$ , 7 –  $k_3$  из (45), 8 –  $k_3$  из (48), 9 –  $l_1^{-1}$

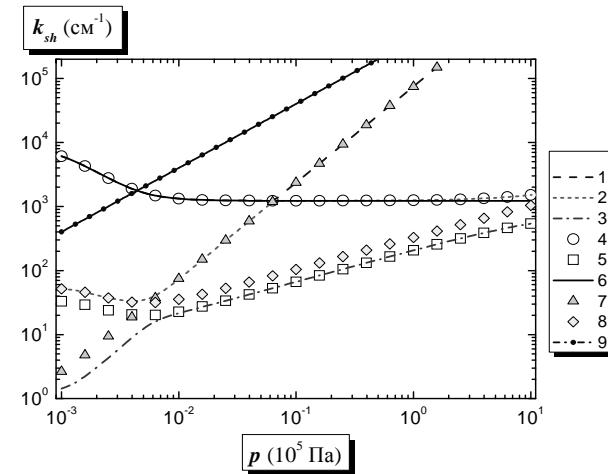


Рис. 7. Зависимости постоянных экранирования от давления аргона при  $T_e = 0,1$  эВ. (Обозначения, как на рис. 6.)

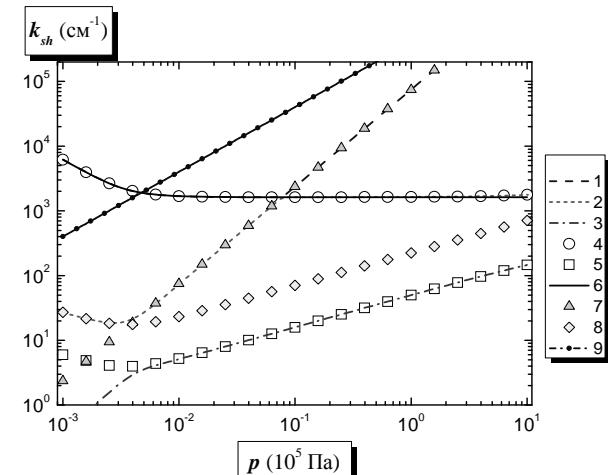


Рис. 8. Зависимости постоянных экранирования от давления аргона при  $T_e = 1$  эВ. (Обозначения, как на рис. 6.)

скорости ионизации газа  $Q_{\text{ion}} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ . Численные решения уравнения (16) обозначены как  $k_{sh1}$ ,  $k_{sh2}$  и  $k_{sh3}$ . Особое внимание обратим на то, что постоянные экранирования в исследованном диапазоне давлений нигде не пересекаются (см. рис. 9, где представлены области сближения зависимостей  $k_{sh1}$  и  $k_{sh2}$  в увеличенном масштабе), то есть уравнение (16) в этом диапазоне не имеет совпадающих корней. Величины  $k_1$  и  $k_2$  рассчитаны из соотношения (46), а  $k_3$  – из (45) и (48).

Из анализа рис. 6–8 можно сделать следующие выводы:

1. Одна из постоянных экранирования практически совпадает с дебаевской;
2. Есть диапазон давлений, примерно от  $10^3$  до  $10^4$  Па, где все три постоянные экранирования сравнимы друг с другом;
3. Постоянные экранирования в плазме с одним сортом положительных ионов практически совпадают с двумя постоянными экранированиями в двухионной плазме;
4. Выражение (45) хорошо описывает одну из постоянных экранирования, а (48) – описывает ее же, но только в изотермической плазме или только при низких давлениях.

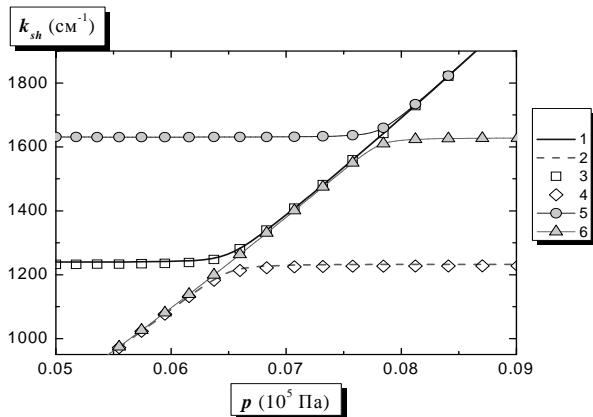


Рис. 9. Зависимости постоянных экранирования от давления аргона при  $T_e = 0,0258$  (1, 2),  $0,1$  (3, 4) и  $1$  эВ (5, 6): 1, 3, 5 –  $k_{sh1}$ , 2, 4, 6 –  $k_{sh2}$

Растущая зависимость первой постоянной экранирования после области сближения, отмеченной кружочком, объясняется процессом конверсии ионов, скорость которой растет квадратично с давлением. Эта постоянная экранирования в данной области определяется выражением (46) и, следовательно, растет с ростом давления газа. Но, как уже отмечалось выше, коэффициент в (36) при этой постоянной экранирования в этой области мал, к тому же на малых расстояниях линеаризованная теория вряд ли применима.

В заключение обсудим вопрос об области применимости использованной в настоящей работе гидродинамической модели зарядки. Уравнения непрерывности для положительных ионов применимы при выполнении условий:

$$l_{i1} = L, l_{i2} = L, \quad (59)$$

где  $l_{i1}$ ,  $l_{i2}$  – длина свободного пробега одноатомных и комплексных ионов соответственно,  $L$  – характерный размер задачи. На рис. 6–8 приведены зависимости обратной длины пробега одноатомных ионов аргона от давления, ниже которых применимо диффузионно-дрейфовое приближение для описания переноса ионов (при низких давлениях основным сортом ионов являются одноатомные ионы). Из рис. 6–8 видно, что при давлениях выше  $10^3$  Па условия (59) для всех постоянных экранирования выполнены. Что касается электронной компоненты, то зависимость постоянных экранирования от коэффициентов переноса электронов практически отсутствует, поэтому изменением подвижности и коэффициента диффузии электронов в окрестности макрочастицы можно пренебречь. Константы скоростей рождения и гибели электронов и ионов (которые зависят от температуры электронов), как было показано в работе [14], практически не зависят от расстояния до поверхности пылевой частицы, поскольку температура электронов в области нарушения квазинейтральности плазмы меняется незначительно. Это является следствием высокой теплопроводности электронной компоненты по сравнению с коэффициентом амбиполярной диффузии, формирующей область пространственного заряда (более подробно см. в [14]). Поэтому изменением констант скоростей также можно пренебречь. Итак, мы можем сделать окончательный вывод о том, что использованная в настоящей работе гидродинамическая модель зарядки применима при выполнении условий (59).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе на основе модели точечного стока получен вид экранированного потенциала макрочастицы в плазме с двумя сортами положительных ионов. Численно получены значения постоянных экранирования в плазме с внешним источником ионизации газа. Установлено, что при наличии ионов двух сортов выражение для распределения потенциала в окрестности заряженной макрочастицы является суперпозицией трех экспонент в общем случае с тремя разными постоянными экранирования. Численные расчеты показали, что одна из постоянных экранирования близка к дебаевской. При повышенных давлениях коэффициент при экспоненте с наибольшей постоянной оказывается пренебрежимо мал, к тому же сама экспонента быстро затухает на малых расстояниях. Также установлено, что две из трех постоянных экранирования во всем исследованном диапазоне параметров плазмы практически совпадают с постоянными экранирования в плазме с одним сортом положительных ионов. Также показано, что есть диапазон давлений, где оказываются важными все три экспоненты.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 07-02-00504-а.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Баранов В. Ю., Паль А. Ф., Пустовалов А. А. и др. Радиоизотопные генераторы электрического тока // Изотопы: свойства, получение, применение / Под. ред. В. Ю. Баранова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. Т. 2. С. 259–290.
- Брау Ч. Эксимерные лазеры / Под ред. Ч. Роудза; Пер. с англ. М.: Мир, 1981. С. 137.
- Журавлев Б. В., Напартович А. П., Паль А. Ф. и др. К вопросу о характере контрагирования несамостоятельного разряда // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 2. С. 233–240.
- Иванов В. А. Диссоциативная рекомбинация молекулярных ионов в плазме инертных газов // УФН. 1992. Т. 162. № 1. С. 35–70.
- Королева И. Л., Лопанцева Г. Б., Напартович А. П. и др. Неустойчивость несамостоятельного разряда в смеси CO<sub>2</sub>-лазера // ТВТ. 1990. Т. 28. № 5. С. 847–852.
- Манкевич Ю. А., Паль А. Ф., Попов Н. А. и др. Динамика тока и механизмы развития неустойчивости несамостоятельного тлеющего разряда в азоте // Физика плазмы. 2001. Т. 27. № 11. С. 1035–1045.
- Паль А. Ф., Серов А. О., Старостин А. Н. и др. Несамостоятельный разряд в азоте с конденсированной дисперсной фазой // ЖЭТФ. 2001. Т. 119. № 2. С. 272–285.
- Паль А. Ф., Старостин А. Н., Филиппов А. В. Зарядка пылевых частиц в создаваемой продуктами радиоактивного распада плазме при повышенных давлениях // Физика плазмы. 2001. Т. 27. № 2. С. 155–164.
- Райзэр Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.
- Рахимов А. Т., Письменный В. Д., Велихов Е. П. Несамостоятельный газовый разряд, возбуждающий непрерывные CO<sub>2</sub>-лазеры // УФН. 1977. Т. 122. № 7. С. 419–437.
- Смирнов Б. М. Ионы и возбужденные атомы в плазме. М.: Атомиздат, 1974. 456 с.
- Филиппов А. В. Фотовольтаический источник энергии на основе упорядоченных плазменно-пылевых структур // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Серия А. Прогресс в физике и технике низкотемпературной плазмы. Т. 1–2. Пылевая плазма / Под ред. В. Е. Фортова. М.: Янус-К, 2006. С. 409–428.
- Филиппов А. В., Бабичев В. Н., Дятко Н. А. и др. Механизм образования плазменно-пылевых структур при атмосферном давлении // ЖЭТФ. 2006. Т. 129. Вып. 2. С. 386–399.
- Филиппов А. В., Дятко Н. А., Паль А. Ф., Старостин А. Н. Самосогласованная модель зарядки пылевых частиц при повышенных давлениях на основе метода моментов // Физика плазмы. 2003. Т. 29. № 3. С. 214–226.
- Филиппов А. В., Загородний А. Г., Момот А. И. и др. Экранирование заряда в плазме с внешним источником ионизации // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. № 1. С. 164–179.
- Филиппов А. В., Загородний А. Г., Паль А. Ф., Старостин А. Н. Экранировка заряда микрочастицы в плазме с внешним источником ионизации // Письма в ЖЭТФ. 2005. Е. 81. № 4. С. 180–185.
- Фортов В. Е., Храпак С. А., Храпак А. Г. и др. Пылевая плазма // УФН. 2004. Т. 174. № 5. С. 495–544.
- Цытович В. Н., Морфиэл Г. Е., Томас В. Х. Комплексная плазма: IV. Теория комплексной плазмы. Приложения // Физика плазмы. 2004. Т. 30. № 10. С. 877–929.
- Filippov A. V., Pal' A. F., Starostin A. N. et al. Atomic battery based on ordered dust plasma structures // Ukr. J. Phys. 2005. Vol. 50. № 2. P. 137–143.
- Lam S. K., Zheng C.-E., Lo D. et al. Kinetics of Ar2\* in high-pressure pure argon // J. Phys. D: Appl. Phys. 2000. Vol. 33. P. 242–251.
- Kortshagen U. Nonthermal plasma synthesis of semiconductor nanocrystals // J. Phys. D: Appl. Phys. 2009. Vol. 42. 113001. P. 1–22.
- Pal' A. F., Filippov A. V., Starostin A. N. An experimental and theoretical study of the high-pressure dusty plasma created by a stationary e-beam // Plasma Phys. Control. Fusion. 2005. Vol. 47. P. B603–B615.
- Starostin A., Filippov A., Pal' A. et al. Shielding and Interaction of Dust Particles in Non-Equilibrium Plasma // Contributions to Plasma Physics. 2007. Vol. 47. № 4–5. P. 388–401.
- Tachibana K. Excitation of the 1s5, 1s4, 1s3, and 1s2 levels of argon by low-energy electrons // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 34. P. 1007.