

ИГОРЬ ГЕННАДЬЕВИЧ СКОБЦОВ

кандидат технических наук, доцент кафедры транспортных и технологических машин и оборудования Института лесных, инженерных и строительных наук, Петрозаводский государственный университет (Петрозаводск, Российская Федерация)  
 iskobtsov@mail.ru

## ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ЛЕСОЗАГОТОВИТЕЛЬНЫХ МАШИН С ПРИМЕНЕНИЕМ СТАТИСТИЧЕСКОЙ КАТАСТРОФЫ СБОРКИ\*

Работа посвящена решению задачи оптимального проектирования устройств защиты операторов лесозаготовительных машин с применением методов теории катастроф. В первой части статьи представлено введение в теорию катастроф, приведена катастрофа сборки, при этом переменные управления рассмотрены как случайные величины, распределенные по нормальному закону. Вторая часть статьи посвящена постановке задачи оптимального проектирования, включающей выбор целевой функции и параметров проектирования, определение системных ограничений. Целевая функция определена в виде средних суммарных ожидаемых затрат, включающих затраты на производство конструкции и стоимость ее отказа с учетом вероятности катастрофы сборки. В заключительной части статьи приведен алгоритм поиска оптимального решения, в основу которого положен метод случайного поиска с уменьшением интервала при учете областных и функциональных ограничений. Предложенный подход к решению оптимизационной задачи может быть применен при выборе рациональных параметров устройства защиты оператора лесозаготовительной машины, что позволит повысить безопасность труда и снизить затраты при изготовлении и эксплуатации конструкции.

Ключевые слова: оптимальное проектирование, катастрофа сборки, случайная величина, вероятность безотказной работы, устройство защиты при опрокидывании

### ВВЕДЕНИЕ

Процесс проектирования лежит в основе всей инженерной деятельности: с одной стороны, необходимо создавать новые, более эффективные и менее дорогостоящие машины; с другой – разрабатывать методы повышения качества их функционирования и конкурентоспособности.

Технологические процессы лесосечных работ являются потенциально опасными и требуют специальных защитных средств. Так, стандартом ИСО 8082, регламентирующим требования к безопасности операторов лесных машин, предписывается оснащать кабины устройствами защиты при опрокидывании (ROPS – Roll-over protective structures) для снижения риска травмирования оператора в случае возникновения аварийной ситуации.

Теория катастроф, интенсивно развивающаяся со второй половины XX века, основоположниками которой являются французский математик Р. Том [6] и российский математик В. И. Арнольд [1], дает возможность описания качественных (скачкообразных) изменений моделируемой системы при плавных изменениях параметров управления [10]. Одной из семи элементарных катастроф, по Р. Тома [6], является катастрофа сборки, потенциальная функция которой определяется

$$V_{ab}(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ax^2 + bx,$$

где  $x$  – переменная состояния;  $a, b$  – переменные управления.

Многообразие  $M$  катастрофы задается уравнением

$$0 = \frac{d}{dx} V_{ab}(x) = x^3 + ax + b,$$

которое имеет от одного до трех вещественных корней. Природа этих корней зависит от дискриминанта

$$D = 4a^3 + 27b^2.$$

Катастрофа происходит, когда дискриминант  $D$  меняет знак с отрицательного на положительный [3], [4].

В статье А. В. Питухина [3] для оценки вероятности катастрофы сборки предложен метод статистической линеаризации для варианта, при котором переменные управления являются случайными величинами. В данном случае оценки математического ожидания и дисперсии дискриминанта  $D$  определяются

$$\bar{D} = 4\bar{a}^3 + 27\bar{b}^2;$$

$$\sigma_D^2 = \left( \frac{\partial \bar{D}}{\partial \bar{a}} \right)^2 \sigma_a^2 + \left( \frac{\partial \bar{D}}{\partial \bar{b}} \right)^2 \sigma_b^2 = 144\bar{a}^{-4}\sigma_a^2 + 2916\bar{b}^2\sigma_b^2,$$

где  $\bar{a}, \bar{b}$  – математические ожидания переменных управления;  $\sigma_a^2, \sigma_b^2$  – дисперсии переменных управлений.

Оценка вероятности безотказной работы применительно к устройству защиты оператора при

опрокидывании лесозаготовительной машины была проделана в работе [4].

Таким образом, на следующем этапе возникает задача оптимизации параметров ROPS [5] путем поиска оптимальных значений переменных управления катастрофы сборки, что, во-первых, позволит обеспечить соответствие значений характеристик безопасности требованиям действующих стандартов при проектировании, во-вторых, снизить затраты при изготовлении и эксплуатации конструкции.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ СТАТИСТИЧЕСКОЙ КАТАСТРОФЫ СБОРКИ

Постановка задачи оптимального проектирования включает: выбор целевой функции, определение системных ограничений, выбор оптимизируемых параметров. Как правило, невозможно обеспечить максимальную надежность и минимальную стоимость изготовления машины или отдельных ее частей. Следовательно, целесообразно выбирать такой показатель эффективности, который бы учитывал как надежность в период эксплуатации, так и стоимость изготовления [7].

Монокритериальная задача условной оптимизации может быть сформулирована в виде: минимизировать суммарные затраты, включающие стоимость производства металлоконструкции устройства защиты и потери от простоя лесозаготовительной машины в случае отказа ROPS [8], [9]

$$C_T(X^*) = \min_{X \in \Omega} C_T(X)$$

при условиях

$X_{\min} \leq X \leq X_{\max}$  – областные ограничения;

$F(X) \leq 0$  – функциональные ограничения.

Здесь  $C_T$  – общие (суммарные) ожидаемые затраты;

$X = X_{\langle n \rangle}^T = (x_1, \dots, x_n)$  – вектор параметров проектирования;

$X^*$  – оптимальное значение вектора параметров проектирования, доставляющее минимальное значение целевой функции;

$\Omega$  – область допустимых значений вектора  $X$ .

В качестве параметров проектирования могут выступать размеры конструкции, механические свойства материалов, допуски на изготовление, величина дефектов и т. д.

Среднее значение суммарных ожидаемых затрат в общем виде может быть выражено [3]

$$C_T(X) = C_{1T}(X) + \sum_{i=1}^m Q_i \cdot C_i,$$

где  $C_{1T}(X)$  – затраты на изготовление;

$C_i, Q_i$  – соответственно стоимость и вероятность отказа  $i$ -го вида;

$m$  – общее число возможных видов отказов.

Переменные управления катастрофы сборки зависят от параметров проектирования

$$a = f_a(X); \quad b = f_b(X).$$

В свою очередь, вероятность безотказной работы конструкции также может быть выражена через переменные управления катастрофы сборки

$$R(a, b) = 1 - Q(a, b),$$

где  $Q(a, b)$  – вероятность отказа (вероятность катастрофы сборки).

Таким образом, переменные управления  $(a, b)$  могут выступать в качестве оптимизируемых параметров. В качестве областных ограничений принимаются ограничения на размеры деталей; в качестве функциональных – ограничения на площадь поперечного сечения профиля, используемого при изготовлении ROPS.

При допущении о нормальном распределении параметров управления вероятность катастрофы сборки выразится [2]

$$Q = \frac{1}{2} + \Phi(t),$$

где  $t = \frac{\bar{D}}{\sigma_D} = \frac{4\bar{a}^3 + 27\bar{b}^2}{\sqrt{144\bar{a}^4\sigma_a^2 + 2916\bar{b}^2\sigma_b^2}}$  – значение переменной в функции Лапласа.

Тогда вероятность катастрофы сборки записывается

$$Q(a, b) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{4\bar{a}^3 + 27\bar{b}^2}{\sqrt{144\bar{a}^4\sigma_a^2 + 2916\bar{b}^2\sigma_b^2}}\right).$$

В свою очередь, вероятность безотказной работы

$$R(a, b) = 1 - Q(a, b) = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{4\bar{a}^3 + 27\bar{b}^2}{\sqrt{144\bar{a}^4\sigma_a^2 + 2916\bar{b}^2\sigma_b^2}}\right).$$

### ПОСТРОЕНИЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

В случае если преобладающим видом отказа является разрушение конструкции (когда имеет место катастрофа сборки), суммарные ожидаемые затраты, выступающие в роли целевой функции, могут быть выражены как сумма затрат на производство конструкции устройства защиты и стоимости ее отказа с учетом вероятности катастрофы сборки

$$C_T(a, b) = C_{1T} + Q(a, b) \cdot C_{2T}.$$

Здесь  $C_{1T}$  – затраты на производство устройства защиты;

$C_{2T}$  – стоимость отказа.

Затраты на производство ROPS определяются

$$C_{1T} = C_{11} + C_{12},$$

где  $C_{11}$  – стоимость материала;

$C_{12}$  – стоимость изготовления.

Как первая, так и вторая составляющая затрат на производство могут быть выражены через массу металлоконструкции. Как правило, в прais-

листиах, размещенных на сайтах заводов-производителей металлопроката, цены на изготовление металлоконструкций и цены на металлопрокат указаны в рублях за 1 тонну. Таким образом, суммарные затраты на производство можно определить, зная массы ROPS  $m_{ROPS}$  (кг), а также цену 1 т металлопроката  $C_{1m,n}$  и цену изготовления 1 т металлоконструкции ROPS  $C_{1m,uz}$

$$C_{IT} = (C_{1m,n} + C_{1m,uz}) \cdot m_{ROPS} / 1000.$$

Стоимость отказа  $C_{2T}$  может быть выражена как сумма потерь от простоя лесозаготовительной машины в течение  $k$  машиносмен, затрат на перевозку лесозаготовительной машины в мастерскую  $C_{2T2}$ , затрат на монтаж (демонтаж) кабины  $C_{2T3}$  и затрат на производство нового устройства защиты оператора  $C_{2T4}$

$$C_{2T} = k \cdot C_{2T1} + C_{2T2} + C_{2T3} + C_{2T4},$$

где  $C_{2T1}$  – потери от простоя лесозаготовительной машины в течение одной машино-смены.

Таким образом, необходимо найти оптимальное значение вектора параметров проектирования  $X^*$ , которому при заданных ограничениях соответствует наименьшее значение суммарных ожидаемых затрат.

## АЛГОРИТМ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

*Алгоритм метода случайного поиска с уменьшением интервала*

1) Методом статистических испытаний моделируется случайное значение вектора параметров проектирования  $X$

$$X_I^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$$

в соответствии с заданными границами каждого из параметров

$$x_i^1 = x_{i\min}^I + r_i \cdot (x_{i\max}^I - x_{i\min}^I),$$

где  $r_i$  – случайные числа, распределенные равномерно на интервале  $(0,1)$ ;

$x_{i\min}^I, x_{i\max}^I$  – наименьшие и наибольшие значения  $i$ -го параметра проектирования в первой серии случайных испытаний.

2) Полученная точка  $X_I^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$  проверяется на принадлежность области допустимых значений вектора  $X$  по функциональным ограничениям, после чего определяются переменные управления катастрофы сборки

$$a_I^1 = f_a(X_I^1), b_I^1 = f_b(X_I^1).$$

3) Оценивается вероятность безотказной работы и вероятность катастрофы сборки

$$R_I^1 = R(a_I^1, b_I^1), Q_I^1 = 1 - R_I^1.$$

4) Вычисляется значение целевой функции в данной точке

$$C_T^1 = C_T(a_I^1, b_I^1).$$

Точка запоминается, если она дает наилучшее значение (наименьшее значение целевой функции).

5) Вычисления по пунктам 1–4 проводятся в соответствии с заданным числом случайных испытаний  $N$ .

$$\begin{aligned} X_I^2 &\rightarrow a_I^2, b_I^2 \rightarrow R_I^2 \rightarrow Q_I^2 \rightarrow C_T^2; \\ &\dots \\ X_I^j &\rightarrow a_I^j, b_I^j \rightarrow R_I^j \rightarrow Q_I^j \rightarrow C_T^j; \\ &\dots \\ X_I^N &\rightarrow a_I^N, b_I^N \rightarrow R_I^N \rightarrow Q_I^N \rightarrow C_T^N. \end{aligned}$$

Число случайных испытаний  $N$  можно определить, руководствуясь рекомендациями работы [3], в которой показано, что для получения 90%-го доверительного интервала величиной  $\rho_i \cdot (x_{i\max} - x_{i\min})$  для параметра  $x_i$  в пределах данной серии требуется число испытаний

$$N = 2, 3 \cdot \prod_{i=1}^n \rho_i^{-1},$$

где  $\rho_i$  – величина, определяющая сужение интервала,  $0 < \rho_i < 1$ .

6) Точка  $X_I^*$ , дающая наименьшее значение целевой функции  $C_T^{I*} = C_T(X_I^*)$ , запоминается и используется в качестве начальной точки следующей серии, при этом границы нового интервала сужаются

$$\begin{aligned} x_{i\min}^{II} &= \max \left\{ x_{i\min}^I, x_i^{I*} - \rho_i \cdot (x_{i\max}^I - x_{i\min}^I) \right\}; \\ x_{i\max}^{II} &= \min \left\{ x_{i\max}^I, x_i^{I*} + \rho_i \cdot (x_{i\max}^I - x_{i\min}^I) \right\}. \end{aligned}$$

7) Вычисления повторяются, начиная с пункта 1. Производится  $k$  серий опытов. Определяются

$$\begin{aligned} X_{II}^* &\rightarrow C_T^{II*} = C_T(X_{II}^*); \\ &\dots \\ X_k^* &\rightarrow C_T^{k*} = C_T(X_k^*). \end{aligned}$$

8) Вычисления заканчиваются по достижении заданной точности  $\Delta$  определения значения целевой функции

$$|C_T(X_k^*) - C_T(X_{k-1}^*)| \leq \Delta.$$

## ВЫВОДЫ

Рассмотрена постановка задачи оптимального проектирования элементов конструкций лесозаготовительных машин с позиций теории катастроф применительно к устройству защиты оператора при опрокидывании трелевочного трактора. В качестве целевой функции выступают суммарные ожидаемые затраты. Представлен алгоритм поиска оптимального решения на основе метода случайного поиска с уменьшением интервалов при учете областных и функциональных ограничений.

\* Статья подготовлена в рамках реализации комплекса мероприятий Программы стратегического развития ПетрГУ на 2012–2016 гг.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арнольд В. И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990. 128 с.
2. Гурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2003. 479 с.
3. Питухин А. В. Методы теории катастроф при проектировании элементов конструкций машин и оборудования лесного комплекса // Известия вузов «Лесной журнал». 2007. № 2. С. 58–65.
4. Питухин А. В., Скобцов И. Г. Оценка надежности системы ROPS лесозаготовительных машин с применением катастрофы сборки // Ученые записки Петрозаводского государственного университета. Сер. «Естественные и технические науки». 2014. № 8 (145). С. 68–72.
5. Скобцов И. Г. Пути повышения эффективности устройств защиты оператора при опрокидывании лесопромышленного трактора // Инженерный вестник Дона. 2015. № 2 [Электронный ресурс]. Режим доступа: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2015/2889](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2015/2889).
6. Том Р. Структурная устойчивость и морфогенез. М.: Логос, 2002. 288 с.
7. Pitukhin A. V. Fracture Mechanics and Optimal Design // Int. Journal for Numerical Methods in Engineering. 1992. Vol. 34. № 3. P. 933–940.
8. Pitukhin A. V., Skobtsov I. G. The Statement of Optimal Design Problem with the Cusp Catastrophe Theory Application // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 709. P. 530–533.
9. Pitukhin A. V., Skobtsov I. G. The Statistical Catastrophe Theory and Optimal Probability Based Design // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 741. P. 283–286.
10. Poston T., Stewart I. N. Catastrophe Theory and its Applications. New York: Dover Publications, 1996. 491 p.

Skobtsov I. G., Petrozavodsk State University (Petrozavodsk, Russian Federation)

#### OPTIMAL DESIGN OF FOREST MACHINE ELEMENTS BASED ON THE THEORY OF STATISTICAL CATASTROPHE ASSEMBLY

A solution of the optimal design problem of the roll-over protective structure (ROPS) for logging machine operators in terms of the catastrophe theory is provided. In the first part of the paper, a brief description of the catastrophe theory is presented; the cusp catastrophe is considered; control parameters are viewed as Gaussian stochastic quantities. The statement of the optimal design problem is given in the second part of the paper. It includes choices of the objective function and independent design variables, establishment of the system limits. The objective function is determined as an average total cost, which includes both the initial cost and the cost of failure according to the cusp catastrophe probability. The algorithm of the random search method with an interval reduction and functional constraints is provided in the last part of the paper. A suggested solution of the optimal design problem can be applied to choose rational ROPS parameters, which increase safety and reduce production and exploitation expenses.

Key words: optimal design, cusp catastrophe, stochastic quantity, reliability function, roll-over protective structure

#### REFERENCES

1. Arnol'd V. I. *Teoriya katastrof* [Catastrophe Theory]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 128 p.
2. Gurmam V. E. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Theory of Probability and Mathematical Statistics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2003. 479 p.
3. Pitukhin A. V. Methods of Catastrophe Theory when Designing Elements of Machines and Equipment of Forest Industry [Metody teorii katastrof pri proektirovaniyu elementov konstruktsiy mashin i oborudovaniya lesnogo kompleksa]. *Izvestiya vuzov “Lesnoy zhurnal”*. 2007. № 2. P. 58–65.
4. Pitukhin A. V., Skobtsov I. G. Application of the Cusp Catastrophe for Estimation of Forest Machine ROPS Reliability [Otsenka nadezhnosti sistemy ROPS lesozagotovitel'nykh mashin s primeneniem katastrofy sborki]. *Uchenye zapiski Petrozavodskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. “Estestvennye i tekhnicheskie nauki”* [Proceedings of Petrozavodsk State University. Natural & Engineering Sciences]. 2014. № 8 (145). P. 68–72.
5. Skobtsov I. G. Ways of increasing efficiency of the forest machine roll-over protective structure [Puti povysheniya effektivnosti ustroystv zashchity operatora pri oprokidyvanii lesopromyshlennogo traktora]. *Inzhenernyy vestnik Doma*. 2015. № 2. Available at: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2015/2889](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2015/2889)
6. Том Р. *Strukturnaya ustoychivost' i morfogenез* [Structural stability and morphogenesis]. Moscow, Logos Publ., 2002. 288 p.
7. Pitukhin A. V. Fracture Mechanics and Optimal Design // Int. Journal for Numerical Methods in Engineering. 1992. Vol. 34. № 3. P. 933–940.
8. Pitukhin A. V., Skobtsov I. G. The Statement of Optimal Design Problem with the Cusp Catastrophe Theory Application // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 709. P. 530–533.
9. Pitukhin A. V., Skobtsov I. G. The Statistical Catastrophe Theory and Optimal Probability Based Design // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 741. P. 283–286.
10. Poston T., Stewart I. N. Catastrophe Theory and its Applications. New York: Dover Publications, 1996. 491 p.

Поступила в редакцию 20.07.2015