

УДК 624.072

АЛЕКСЕЙ НИКОЛАЕВИЧ ПЕТРОВ

доктор технических наук, доцент кафедры архитектуры, строительных конструкций и геотехники строительного факультета ПетрГУ

petr@psu.karelia.ru

ЗАХАР АНДРЕЕВИЧ ВОРОНИН

инженер, ООО «САНА»

voronin@onego.ru

АННА ВЛАДИМИРОВНА ЕВСЕЕВА

инженер, преподаватель кафедры архитектуры, строительных конструкций и геотехники строительного факультета ПетрГУ

petr@psu.karelia.ru

ФИЗИЧЕСКИ-НЕЛИНЕЙНЫЙ РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК-СТЕНОК С ТРЕЩИНАМИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассматривается конечно-элементный подход к анализу напряженно-деформированного состояния железобетонных балок-стенок с трещинами. В основу методики физически-нелинейного расчета положены зависимости деформационной теории пластичности железобетона с трещинами Н. И. Карпенко. Приводятся результаты расчета экспериментальных балок-стенок из опытов М. П. Нильсена.

Ключевые слова: теория пластичности железобетона, балки-стенки с трещинами, метод конечных элементов

В рамках физически-нелинейного расчета процесс изменения напряженно-деформированного состояния конструкции исследуется путем малых приращений нагрузки. По мере роста нагрузки железобетон последовательно проходит ряд стадий напряженно-деформированного состояния:

- упругую без трещин;
- упругопластическую без трещин, где учитывается нелинейность деформаций бетона;
- стадию с трещинами до начала пластического деформирования арматуры;
- стадию с трещинами, где учитывается развитие пластических деформаций арматуры.

Переход в иную стадию деформирования устанавливается анализом системы очевидных ограничений. Напряжения, при которых в растянутом бетоне образуются трещины, определяются с учетом влияния факторов плоского напряженного состояния

$$\sigma_{b,crc} = \left[1 - \frac{(1-c)k}{1-ck} \right] R_{bt}, \quad (1)$$

где

$$k = |\sigma_{b,min} / R_b|; \quad (2)$$

$$c = 1,48 - 0,055R_b. \quad (3)$$

На стадии без трещин бетон рассматривается как физически-нелинейное ортотропное тело, оси ортотропии которого n и t совпадают с направлениями главных напряжений $\sigma_{bn} = \sigma_{b,max}$ и $\sigma_{bt} = \sigma_{b,min}$. Связь между напряжениями и деформациями в координатах x, y записывается в виде

$$\{\varepsilon\} = [C(\{\sigma\}_b)] \{\sigma\}_b. \quad (4)$$

Основными физическими характеристиками ортотропной модели являются секущие модули деформаций бетона E'_{bn} и E'_{bt} и коэффициент поперечных деформаций ν . Секущие модули деформаций бетона вычисляются в зависимости от вида напряженного состояния (сжатие-сжатие, сжатие-растяжение или растяжение-растяжение) и величины главных напряжений,

чем обеспечивается зависимость $[C]_b = [C(\sigma_b)]$. Коэффициент поперечных деформаций бетона определяется по методике [1] и также зависит от вида напряженного состояния и уровня напряжений в бетоне.

Для бетона до образования трещин справедлива зависимость

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \frac{\sin^2 \alpha}{E'_{bn}} + \frac{\cos^2 \alpha}{E'_{bt}}; \\ C_{12} &= -\frac{\nu(1+m)}{mE'_{bn} + E'_{bt}}; \\ C_{13} = C_{23} &= \left(\frac{1}{E'_{bn}} - \frac{1}{E'_{bt}} \right) \frac{\sin 2\alpha}{2}; \\ C_{22} &= \frac{\cos^2 \alpha}{E'_{bn}} + \frac{\sin^2 \alpha}{E'_{bt}}; \\ C_{33} &= \frac{1}{E'_{bn}} + \frac{1}{E'_{bt}} + \frac{2\nu(1+m)}{mE'_{bn} + E'_{bt}}; \\ m &= |\sigma_{b,max} / \sigma_{b,min}|, \end{aligned} \right\} (5)$$

где α - угол направления главных осей n и t по отношению к осям x и y .

После образования трещин элементы матрицы жесткости железобетона вычисляются по формулам (1.57) [2]. В случае только ортогонального армирования эти формулы существенно упрощаются и принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{C}_{rc.11} &= \frac{\lambda_{x,t}}{E'_{sx} \mu_x + E'_{sp} \mu_p} + \frac{\cos^2 \alpha}{E_b}; \\ \tilde{C}_{rc.12} &= 0; \\ \tilde{C}_{rc.13} &= \frac{\lambda_{x,t} \operatorname{ctg} \alpha}{E'_{sx} \mu_x + E'_{sp} \mu_p} - \frac{\sin 2\alpha}{2E_b}; \\ \tilde{C}_{rc.22} &= \frac{\lambda_{y,t}}{E'_{sy} \mu_y} + \frac{\sin^2 \alpha}{E_b}; \\ \tilde{C}_{rc.23} &= \frac{\lambda_{y,t} \operatorname{tg} \alpha}{E'_{sy} \mu_y} - \frac{\sin 2\alpha}{2E_b}; \\ \tilde{C}_{rc.33} &= \frac{\lambda_{x,t} \operatorname{ctg}^2 \alpha}{E'_{sx} \mu_x + E'_{sp} \mu_p} + \frac{\lambda_{y,t} \operatorname{tg}^2 \alpha}{E'_{sy} \mu_y} + \frac{1}{E_b} \left(\frac{2}{\bar{\nu}_n} - 1 \right). \end{aligned} \right\} (6)$$

В формулах (6) средними модулями деформаций арматуры E'_{si} , $i=x, y$ учитывается влияние растянутого бетона на участке между трещинами на деформации арматуры. При частично нарушенном сцеплении $E'_{si} > E_{si}$ при полностью нарушенном $E'_{si} = E_{si}$. Если $\sigma_{si} > \sigma_{si,el}$, то при вычислении средних модулей деформаций арматуры учитываются пластические деформации стержней на участке между трещинами.

На первой итерации каждого этапа нагружения секущий модуль деформаций бетона принимается равным модулю упругости. После выполнения расчета в конечном элементе (КЭ) получают некоторые напряжения σ^1_i и деформации ε^1_i (где верхний индекс означает номер этапа нагружения, а нижний – номер итерации). Далее

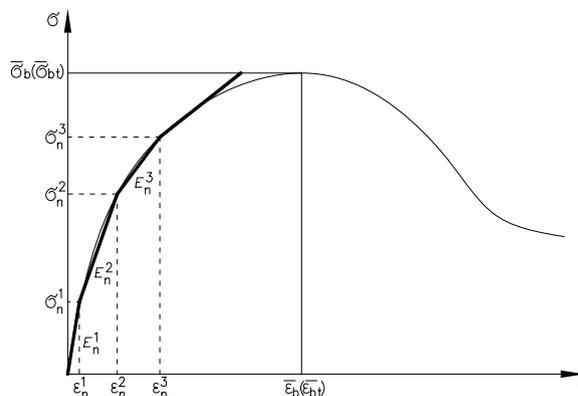


Рис. 1. Характер зависимости между напряжениями и деформациями

в соответствии с полученными напряжениями и деформациями корректируется секущий модуль деформаций и назначается его новое значение E^1 . На следующих итерациях расчет повторяется при постоянной нагрузке. На каждом этапе нагружения расчет прекращают после заданного числа итераций или при удовлетворении условия сходимости. По полученным напряжениям σ^1_n и деформациям ε^1_n в КЭ корректируется секущий модуль E^1_n . Характер зависимости между напряжениями и деформациями приведен на рисунке 1.

Если в процессе расчета в некотором КЭ напряжения σ_{mn} или деформации ε_{mn} в бетоне превысили их предельные значения, то на последующих итерациях в этом элементе задают новое значение секущего модуля бетона E_{mn} , равное $0,5E_{mn-1}$. Физический смысл такой операции состоит в том, что в процессе разрушения элемента его постепенно выключают из работы [3, 4].

Для расчета по предложенной методике были выбраны балки-стенки из опытов М.П. Нильсена (Nilsen M.P.) [5]. Балки-стенки высотой $h = 100$ см, толщиной $t = 8$ см и пролетами $l = 100$ см (балка-стенка №101) и $l = 200$ см (балка-стенка №103) были испытаны на кратковременную нагрузку. Армирование балок-стенок осуществлялось по всему полю однородной сеткой из проволоки диаметром 6 мм и шагом 100 мм ($\mu_x = \mu_y = 0,0035$). Физико-механические свойства арматуры приведены в таблице 1. Схемы армирования балок-стенок приведены на рис. 2.

Таблица 1

Физико-механические свойства арматуры

	E_s	$\sigma_{s,el}$	$\sigma_{0,2}$	σ_u	ε_{su}
	МПа	МПа	МПа	МПа	–
Арматура диаметром 6 мм	210000	410	510	680	0,025

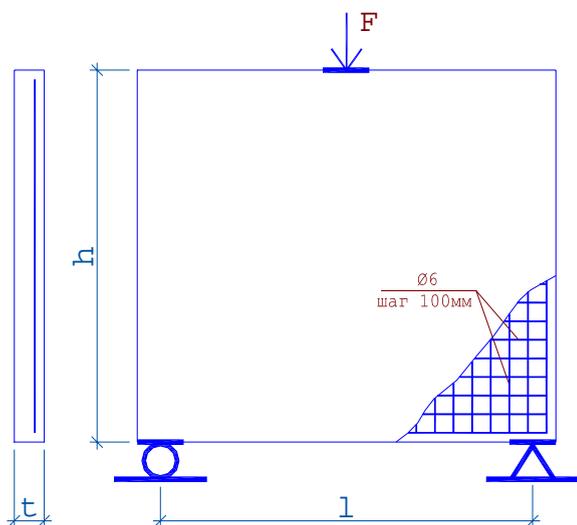


Рис. 2. Конструкция балки-стенки

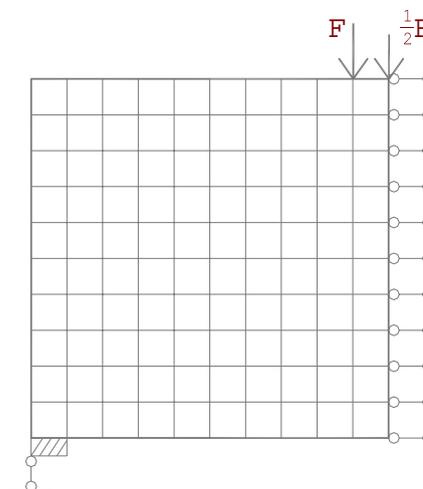


Рис. 3. Расчетная схема балок-стенок

Если в процессе расчета в некотором КЭ напряжения σ_{mn} или деформации ε_{mn} в бетоне превысили их предельные значения, то на последующих итерациях этому элементу задают новое значение секущего модуля бетона E_{mn} , равное $0,5E_{mn-1}$. Физически смысл такой операции состоит в том, что в процессе разрушения элемента его постепенно выключают из работы [3, 4].

Для расчета по предложенной методике была выбрана балка-стенка из опытов М. П. Нильсена (M. P. Nilssen) [5]. Балка-стенка высотой $h = 100$ см, толщиной $t = 8$ см и пролетами $l = 100$ см (балка-стенка №101) и $l = 200$ см (балка-стенка №103) были испытаны на кратковременную нагрузку. Армирование балок-стенок осуществлялось по всему полю однородной сеткой из проволоки диаметром 6 мм и шагом 100 мм ($\mu_x = \mu_y = 0,0035$). Физико-механические свойства арматуры приведены в таблице 1. Схемы армирования балок-стенок приведены на рисунке 2.

Физико-механические свойства бетона балок-стенок приведены в таблице 2.

При расчете симметричные части балок-стенок №101 и №103 были разбиты на 51 и 100 прямоугольных КЭ, соединенных 68 и 123 узлами соответственно. Расчетные схемы балок-стенок представлены на рисунке 3.

На рисунке 4 представлены графики прогибов балок-стенок. Как в опыте, так и в расчете балка-стенка загружалась до разрушения. В балке-стенке №101 опытная нагрузка трещинообразования составила 145 кН, расчетная 120 кН. В балке-стенке №103 опытная нагрузка трещинообразования составила 78 кН, расчетная – 90 кН.

Как в эксперименте, так и в расчете образование первых трещин не привело к существенному нарастанию прогибов. Как следует из графиков (см. рис. 4) и анализа напряженного состояния конечных элементов, нелинейность деформирования резко возросла с началом текучести продольной растянутой арматуры, сокращением высоты сжатой зоны и сопровождалась нарастающим раскрытием нормальных и наклонных трещин. Как в опыте, так и в расчете разрушение балок-стенок явилось следствием текучести продольной растянутой арматуры и истощения прочности сжатого бетона. Схемы образования и развития трещин в балках-стенках представлены на рисунках 5 и 6.

Сопоставление теоретических и опытных данных позволяет сделать вывод, что представленная модель и методика расчета с достаточной степенью точности описывают нелинейное поведение железобетона с трещинами.

Таблица 2

Физико-механические свойства бетона

Балка-стенка	Цилиндрическая прочность	Кубиковая прочность R (20x20см)	Призменная прочность R_b	Прочность при осевом растяжении R_{bt}	Модуль упругих деформаций E_b
	МПа	МПа	МПа	МПа	
№101	41	49,4	35,6	2,54	36000
№103	37	44,6	32,4	2,41	34500

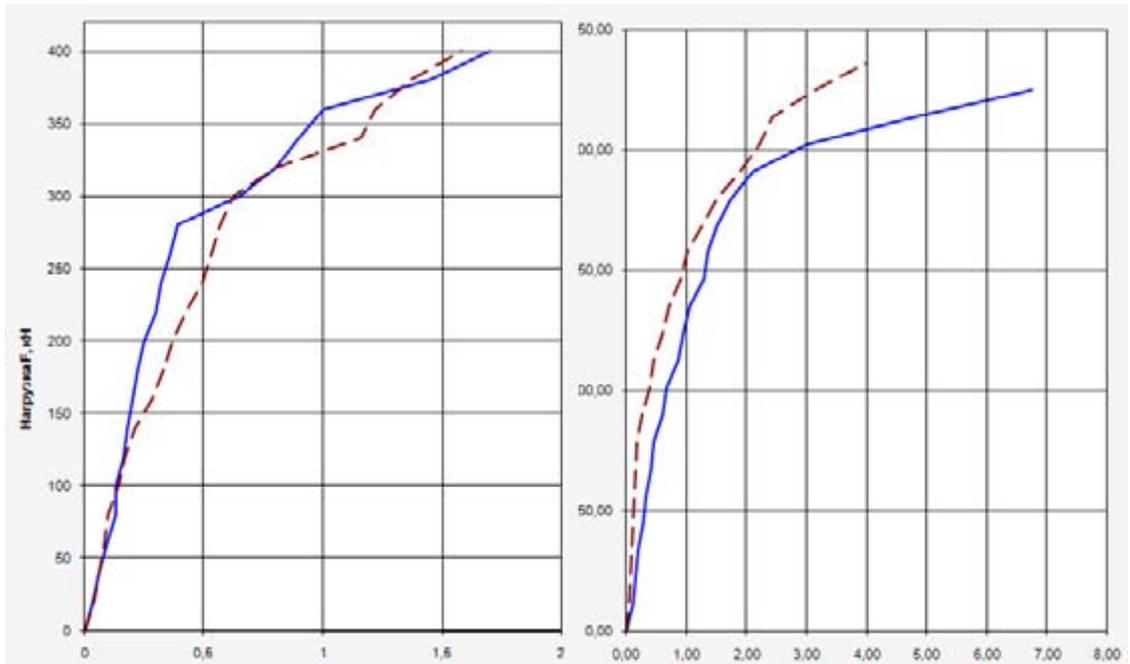


Рис. 4. График прогибов балки-стенки №101 (слева) и балки-стенки №103 (справа).
Обозначено: — опыт; - - - - - расчет.

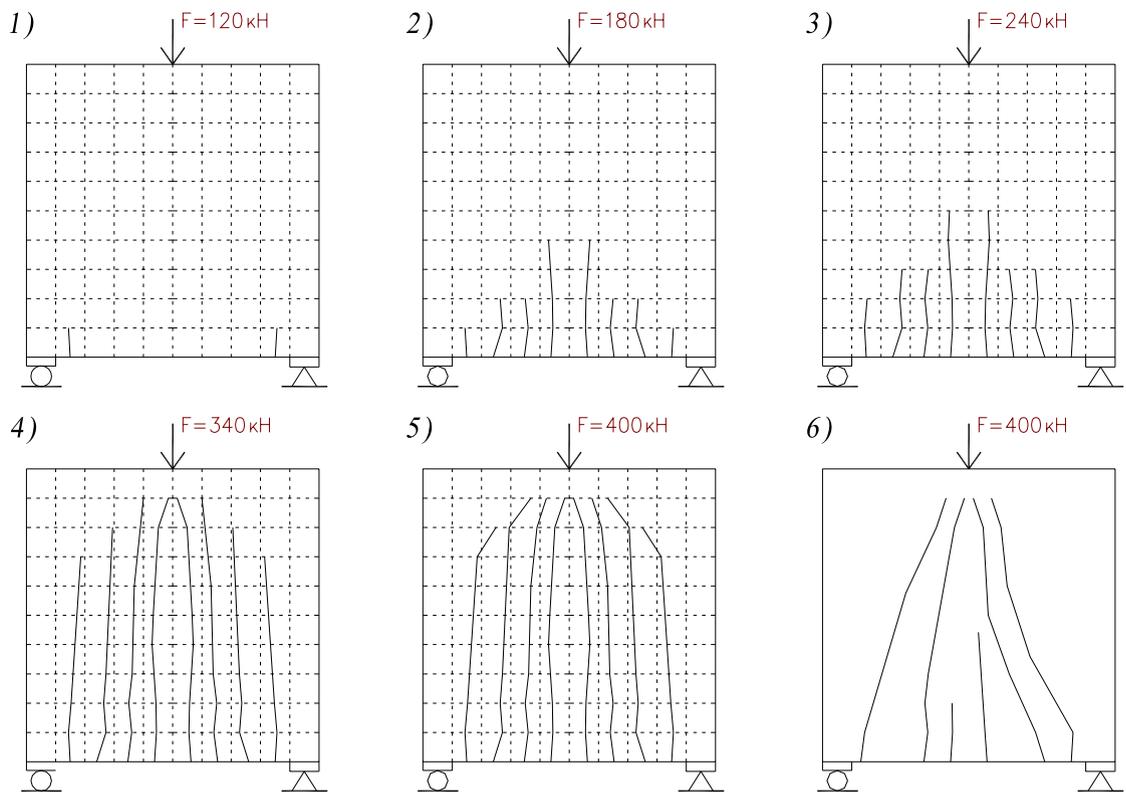


Рис. 5. Схемы развития трещин в балке-стенке №101
1-5 – расчет; 6 – опыт

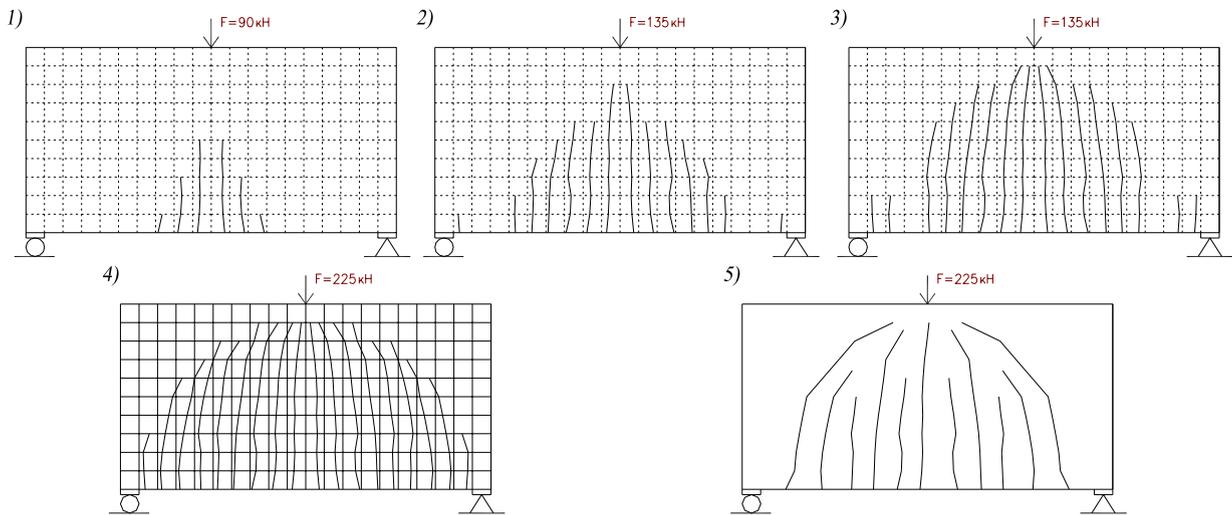


Рис. 6. Схемы развития трещин в балке-стенке № 103
1-4 – расчет; 5 – опыт

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
2. Карпенко Н. И. Теория деформирования железобетона с трещинами. М.: Стройиздат, 1976. 208 с.
3. Гусев Б. В. Напряженное состояние в бетоне как композиционном материале // Промышленное и гражданское строительство. 2003. № 9. С. 24–25.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.
5. Nilsen M. P. Limit Analysis of Reinforced Concrete Slabs. // Acta Politech. Scand., 1964. Gi.26.