

УДК 624.072.33.041.2

АНАТОЛИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ РОЧЕВ

кандидат технических наук, доцент кафедры архитектуры,
строительных конструкций и геотехники строительного
факультета ПетрГУ
metalll@bk.ru

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА РАМНОЙ КОНСТРУКЦИИ ИЗ СОСТАВНЫХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Разработан алгоритм расчета, позволяющий выполнить деформационный расчет и проверить устойчивость рамной конструкции из составных элементов при работе материала за пределом упругости. Расчет рамы осуществляется с использованием эквивалентного модуля, учитывающего влияние деформаций сдвига. Алгоритм расчета учитывает нелинейные геометрические и физические эффекты, возникающие в элементах рамы при работе под нагрузкой

Ключевые слова: рамная конструкция, эквивалентный модуль деформаций, деформационный расчет, составной упругопластический элемент

В работе излагается порядок расчета плоской рамы, включающей в себя составные стержневые элементы переменного сечения с ветвями, соединенными между собой по длине структурными связями в виде решетки из планок, раскосов, распорок, перфорированных листов и т. п. Проверка деформативности и несущей способности осуществляется на примере однопролетной рамы с жесткими узлами, имеющей произвольный неразветвленный ломаный контур. Рама имеет закрепления из своей плоскости в узлах и в промежутке между ними. Нагрузка, действующая на раму, вызывает в ее элементах в общем случае пространственный изгиб.

Расчетные формулы построены на основе использования приближенного выражения для кривизны оси стержней рамы. Для материала стержней устанавливается произвольная зависимость между деформациями и напряжениями. Влияние разгрузки не учитывается. Используется гипотеза плоских сечений. Учет деформаций

сдвига осуществляется способом, предложенным Ф. Энгессером и С. П. Тимошенко [1]. Не учитывается влияние касательных напряжений на развитие пластических деформаций. Геометрическая неизменяемость поперечного сечения стержней обеспечивается постановкой поперечных диафрагм жесткости.

Деформационный расчет рамы за пределом упругости производится методом шагового нагружения конструкции [2]. При расчете рамы на каждом $(\nu + 1)$ -м этапе нагружения используются полученные автором данной статьи в работе [3] формулы для определения эквивалентных модулей деформаций $E_{xj}^{экв,(\nu+1)}$ и $E_{yj}^{экв,(\nu+1)}$, учитывающих влияние деформаций сдвига.

$$E_{xj}^{экв,(\nu+1)} = \frac{M_{xj}^{(\nu)} h_{yj}}{(\Delta \varepsilon_{12j}^{(\nu)} - \gamma_{1yj}^{(\nu)} Q'_{yj} h_{yj}) J_{xj}}, \quad (1)$$

$$E_{yj}^{\text{экв},(v+1)} = \frac{M_{yj}^{(v)} h_{xj}}{(\Delta \varepsilon_{23j}^{(v)} - \gamma_{1xj}^{(v)} Q_{xj}^{(v)} h_{xj}) J_{yj}}, \quad (2)$$

$$\Delta \varepsilon_{12j}^{(v)} = \varepsilon_{1j}^{(v)} - \varepsilon_{2j}^{(v)}, \quad \Delta \varepsilon_{12j}^{(v)} = \varepsilon_{1j}^{(v)} - \varepsilon_{2j}^{(v)}, \quad (3)$$

где $M_{xj}^{(v)}$ и $M_{yj}^{(v)}$ – изгибающие моменты в j -м сечении от внешней нагрузки, действующие соответственно в плоскости рамы и в плоскости перпендикулярной к плоскости рамы при v -м нагружении; $\varepsilon_{1j}^{(v)}, \varepsilon_{2j}^{(v)}$ и $\varepsilon_{3j}^{(v)}$ – краевые продольные относительные деформации в j -м сечении элемента при v -м нагружении рамы; h_{yj}, h_{xj} – высота j -го поперечного сечения элемента соответственно в плоскости и перпендикулярно плоскости рамы; $Q_{yj}^{(v)}$ и $Q_{xj}^{(v)}$ – поперечные силы, действующие в j -м сечении, соответственно в плоскости рамы и в плоскости перпендикулярной к плоскости рамы при v -м нагружении; γ_{1yj} и γ_{1xj} – углы сдвига соединительной решетки сквозного элемента от действия единичных поперечных сил соответственно $Q_{yj}=1$ и $Q_{xj}=1$ при v -м нагружении рамы (учет развития пластических деформаций производится по [4]); J_{xj} и J_{yj} – моменты инерции j -го поперечного сечения элемента.

При известной функциональной зависимости между напряжениями и деформациями $\sigma = f(\varepsilon)$ для материала стержневого элемента краевые продольные относительные деформации в j -м сечении элемента при v -м нагружении являются функциями усилий

$$\varepsilon_{1j}^{(v)} = \varepsilon_{1j}^{(v)}(M_{xj}^{\text{вн}(v)}, M_{yj}^{\text{вн}(v)} P_j^{\text{вн}(v)}), \quad (4)$$

$$\varepsilon_{2j}^{(v)} = \varepsilon_{2j}^{(v)}(M_{xj}^{\text{вн}(v)}, M_{yj}^{\text{вн}(v)} P_j^{\text{вн}(v)}), \quad (5)$$

$$\varepsilon_{3j}^{(v)} = \varepsilon_{3j}^{(v)}(M_{xj}^{\text{вн}(v)}, M_{yj}^{\text{вн}(v)} P_j^{\text{вн}(v)}), \quad (6)$$

где $M_{xj}^{\text{вн}(v)}$ и $M_{yj}^{\text{вн}(v)}$ – проекции вектора главного момента эпюры нормальных напряжений относительно центра тяжести j -го поперечного сечения, возникающего при v -м нагружении рамы; $P_j^{\text{вн}(v)}$ – главный вектор эпюры нормальных напряжений в этом сечении при v -м нагружении рамы.

Величины $M_{xj}^{\text{вн}(v)}, M_{yj}^{\text{вн}(v)}$ и $P_j^{\text{вн}(v)}$ определяются из уравнений равновесия

$$M_{xj}^{\text{вн}(v)} = M_{xj}^{(v)}, \quad M_{yj}^{\text{вн}(v)} = M_{yj}^{(v)}, \quad P_j^{\text{вн}(v)} = N_j^{(v)}, \quad (7)$$

где $N_j^{(v)}$ – продольная сила, действующая в j -м поперечного сечения стержневого элемента, возникающая при v -м нагружении рамы.

При известных величинах $M_{xj}^{\text{вн}(v)}, M_{yj}^{\text{вн}(v)}$ и $P_j^{\text{вн}(v)}$, используя (4), (5) и (6), можно найти в поперечном сечении относительные деформации $\varepsilon_{1j}^{(v)}, \varepsilon_{2j}^{(v)}$ и $\varepsilon_{3j}^{(v)}$.

Используя (1) и (2), можно выполнить силовой расчет рамы за пределами упругости одним из известных методов строительной механики.

В случае использования метода сил для расчета рассматриваемой рамы, элементы которой изгибаются только в плоскости рамы, основную систему можно получить путем отбрасывания левой опоры рамы и приложением вместо отброшенных связей (в сечении 0) неизвестных сил $X_1^{(v)}$ и $X_2^{(v)}$ и момента $X_3^{(v)}$. В результате основная система будет представлять собой ломаный консольный составной стержень переменного сечения по длине. Этот консольный стержень делится по длине на m (в общем случае неравных) частей. По длине каждого из участков стержня между сечениями j и $j-1$ физические и геометрические параметры рамы считаются по величине постоянными. Общий подход к деформационному расчету сжатого-изогнутого сплошного упругого ломаного консольного стержня переменного сечения изложен в [5].

На первом этапе нагружения рассматриваемой рамы незначительной нагрузкой при линейной зависимости между деформациями и напряжениями величина эквивалентного модуля деформаций $E_{xj}^{\text{экв}}$ будет отвечать линейной упругой работе материала и учитывать упругую работу соединительной решетки составных элементов рамы на сдвиг. При этих условиях осуществляется упругий расчет сдвигоподатливой рамы. В дальнейшем после расчета рамы по величине полученных в сечениях усилий $M_{xj}^{(v)}$ и $P_j^{(v)}$, используя зависимости (4)–(7), определяются величины относительных деформаций $\varepsilon_{1j}^{(v)}$ и $\varepsilon_{2j}^{(v)}$, уточняется величина $\gamma_{1xj}^{(v)}$ (учитывая развитие пластических деформаций по [4]), пересчитывается величина $E_{xj}^{\text{экв}(v)}$ и уже уточненная величина эквивалентного модуля деформаций используется для следующего этапа расчета рамы как упругой системы.

Для определения перемещений сечений основной системы рамы прямолинейные участки стержня рассматриваются как консольные стержни длиной l_j , защемленные в узле j и имеющие свободный конец в узле $(j-1)$. Свободный конец каждого из таких стержней будет нагружен продольной силой $N_j^{(v)}$, поперечной силой $Q_{j-1,j}^{(v)}$, перпендикулярной к недеформированной оси j -го стержня, и моментом $M_{j-1,j}^{(v)}$, передающимися на j -й стержень со стороны стержня $(j-1)$ и внешней нагрузки $F_{j-1}^{(v)}$, приложенной в сечении $(j-1)$. Силы и момент будут равны

$$S_j^{(v)} = X_1^{(v)} A_{Sj}^{(v)} + X_2^{(v)} C_{Sj}^{(v)} + F_{Sj}^{(v)}, \quad (8)$$

$$\bar{Q}_{j,j-1}^{(v)} = X_1^{(v)} A_{Qj}^{(v)} + X_2^{(v)} C_{Qj}^{(v)} + F_{Qj}^{(v)}, \quad (9)$$

$$M_{j-1,j}^{(v)} = X_1^{(v)} A_{Mj}^{(v)} + X_2^{(v)} C_{Mj}^{(v)} + X_3^{(v)} D_{Mj}^{(v)} + F_{Mj}^{(v)}. \quad (10)$$

В формулах (8), (9) и (10) коэффициенты при неизвестных и параметры $F_{Sj}^{(v)}, F_{Qj}^{(v)}, F_{Mj}^{(v)}$ учитывают соответственно преобразования, связанные с $X_1^{(v)}, X_2^{(v)}, X_3^{(v)}$ и внешними нагрузками

на длине рамы от сечения 0 до сечения $(j-1)$ при определении усилий.

Линейные и угловые перемещения свободно-го конца j -го стержня определяются по формулам

$$\delta_{j-1}^{(\nu)} = X_1^{(\nu)} A_{\delta,j-1}^{(\nu)} + X_2^{(\nu)} C_{\delta,j-1}^{(\nu)} + X_3^{(\nu)} D_{\delta,j-1}^{(\nu)} + F_{\delta,j-1}^{(\nu)}, \quad (11)$$

$$\alpha_{j-1}^{(\nu)} = X_1^{(\nu)} A_{\alpha,j-1}^{(\nu)} + X_2^{(\nu)} C_{\alpha,j-1}^{(\nu)} + X_3^{(\nu)} D_{\alpha,j-1}^{(\nu)} + F_{\alpha,j-1}^{(\nu)}. \quad (12)$$

В формулах (11) и (12) коэффициенты при неизвестных и параметры $F_{\delta,j-1}^{(\nu)}$, $F_{\alpha,j-1}^{(\nu)}$ учитывают соответственно преобразования, связанные с $X_1^{(\nu)}$, $X_2^{(\nu)}$, $X_3^{(\nu)}$ и внешними нагрузками на длине арки от сечения 0 до сечения $(j-1)$ при определении перемещений.

Приравняв перемещения сечения 0 консоли стержня к нулю, получаем систему из трех уравнений для определения неизвестных $X_1^{(\nu)}$, $X_2^{(\nu)}$, $X_3^{(\nu)}$ с учетом линейных и угловых перемещений поперечных сечений рассматриваемой рамы.

В процессе описанного расчета на каждом ν -м этапе нагружения проверяется устойчивость рамы в своей плоскости методом, изложенным в [6]. Для рассматриваемой рамы со-

ставляется и варьируется система уравнений равновесия в сечениях рамы

$$\delta M_j = \delta M_{xj}^{en}, \quad \delta P_j^{en} = 0, \quad (13)$$

где δM_j – вариация моментов внешних сил относительно центра тяжести j -го поперечного сечения;

$$\delta M_j^{en} = \frac{\partial M_j^{en}}{\partial \varepsilon_{1j}} \delta \varepsilon_{1j} + \frac{\partial M_j^{en}}{\partial \varepsilon_{2j}} \delta \varepsilon_{2j}, \quad (14)$$

$$\delta P_j^{en} = \frac{\partial P_j^{en}}{\partial \varepsilon_{1j}} \delta \varepsilon_{1j} + \frac{\partial P_j^{en}}{\partial \varepsilon_{2j}} \delta \varepsilon_{2j}. \quad (15)$$

В определитель системы (13), составленный из коэффициентов при вариациях независимых переменных, подставляются параметры напряженно-деформированного состояния, полученные из деформационного расчета рамы. В случае равенства нулю указанного определителя или смены знака его численного значения регистрируется величина критической нагрузки. Если устойчивость рамы обеспечена, производится перерасчет величины $E_{xj}^{экр(\nu)}$ для следующего этапа нагружения рамы и производится вновь ее деформационный расчет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко С. П. Устойчивость упругих систем. М., Л.: ОГИЗ – Гостехиздат, 1946. С. 133.
2. Биргер И. А. Общие алгоритмы решения задач теории упругости, пластичности и ползучести // Успехи механики деформируемых сред. М.: Наука, 1975. С. 61–73.
3. Рочев А. А. Исследование несущей способности сквозных упругопластических статически неопределимых рам переменного сечения // Труды молодых ученых: в 3 ч. Часть 1. СПб: СПбГАСУ, 2000. С. 187–192.
4. Рочев А. А. Исследование устойчивости стальных перфорированных внецентренно сжатых стержней в упругопластической стадии // Металлические конструкции и испытания сооружений: межвузовский тематический сб. трудов. №1 (134). Л.: ЛИСИ, 1977. С. 119–123.
5. Пиковский А. А. Статика стержневых систем со сжатыми элементами. М.: Физматгиз, 1961. 394 с.
6. Санжаровский Р. С. Устойчивость элементов строительных конструкций при ползучести. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. 280 с.