УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ПЕТРОЗАВОДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Сентябрь, № 9 **Технические науки** **2009**

УДК 621.001

АЛЕКСАНДР ВАСИЛЬЕВИЧ ПИТУХИН
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологии металлов и ремонта, декан лесоинженерного факультета ПетрГУ
pitukhin@psu.karelia.ru

ИГОРЬ ГЕННАДЬЕВИЧ СКОБЦОВ
кандидат технических наук, доцент кафедры технологии металлов и ремонта лесоинженерного факультета ПетрГУ
iskobtsov@mail.ru

ДЕНИС АНДРЕЕВИЧ ХВОИН
аспирант кафедры технологии металлов и ремонта лесоинженерного факультета ПетрГУ
rp2@petrzv.russvet.ru

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ТРЕЩИНОПОДОБНЫМИ ДЕФЕКТАМИ

В статье рассмотрено квазихрупкое разрушение при воздействии стационарного случайного процесса нагружения в случае наличия в элементах конструкций трещиноподобных дефектов. На основании положений теории выбросов случайных функций и допущений В. В. Болотина и А. А. Свешникова получены зависимости для оценок вероятности безотказной работы.

Ключевые слова: квазихрупкое разрушение, трещиноподобный дефект, механика разрушения, стационарный случайный процесс, вероятность безотказной работы

Отказы элементов конструкций возникают как результат несовершенства или нарушения правил проектирования (конструкторские отказы), процесса изготовления (производственные отказы) или условий эксплуатации (эксплуатационные отказы). Трещины инициируются на дефектах различного рода в зоне действия наибольших напряжений.

Дефекты (несовершенства) по размеру могут быть допустимыми или недопустимыми. При наличии недопустимых дефектов детали выбраковываются. В большинстве же эксплуатируемых элементов конструкций имеются допустимые дефекты, возникающие в процессах производства металлов и сплавов, литья, ковки, сварки, механической обработки и т. д. Некоторые из этих дефектов являются трещиноподобными и могут рассматриваться как элементы начала разрушения, то есть как первоначальные трещины, пусть даже достаточно малого размера.

При однократном приложении постоянно возрастающей нагрузки разрушение материалов в зависимости от степени пластической деформации может быть хрупким, квазихрупким и вязким (пластическим). Хрупкое разрушение происходит в результате распространения магистральной трещины после макроскопически незначительной пластической деформации, сосредоточенной в приповерхностной зоне трещины. При квазихрупком разрушении существуют пластическая зона перед фронтом трещины и пластически деформированный материал у поверхности трещины. Остальной, значительно больший по величине объем тела находится в упругом состоянии. Вязкое разрушение происходит после существенной пластической деформации, протекающей по всему или почти по всему объему тела. Иногда выделяют еще и квазивязкое разрушение, занимающее промежуточное положение между вязким и квазихрупким.

Основополагающей является работа А. Гриффитса [6], где предложен энергетический подход для случая хрупкого разрушения при наличии трещины. Экспериментальные и теоретические

© Питухин А. В., Скобцов И. Г., Хвоин Д. А., 2009

исследования Дж. Ирвина [7] привели к силовому подходу и концепции квазихрупкого разрушения. Условием локального разрушения тела (страгивания трещины) по Ирвину является равенство коэффициента интенсивности напряжений K_I его критическому значению K_{IC}:

$$K_I = K_{IC}. \tag{1}$$

Критический коэффициент интенсивности напряжений (иногда его называют вязкостью разрушения) является константой материала и подлежит экспериментальному определению. Коэффициент интенсивности напряжений определяется по формуле:

$$K_I = Y_I(l)\sigma\sqrt{\pi l}, \tag{2}$$

где $Y_I(l)$ – функция, зависимая от геометрической формы детали и длины трещины; σ – действующее номинальное напряжение; l – длина (полудлина) трещины.

Для определения функции $Y_I(l)$ в элементах конструкций сплошной формы существует множество методов. Мы не будем на них останавливаться, поскольку вид функции $Y_I(l)$ для очень многих частных случаев приведен в литературе [2], [3], [7], [8]. Заметим лишь, что для бесконечной пластины со сквозной трещиной длиной $2l$ $Y_I(l) = 1.0$, а для полубесконечной пластины с граничной краевой трещиной длиной l $Y_I(l) = 1.1215$.

Пусть воздействующее на элемент конструкции напряжение является стационарным случайным процессом $\sigma(t)$. Основными характеристиками такого процесса являются спектральная плотность $S_\sigma(\omega)$ и математическое ожидание $\bar{\sigma}$. При наличии трещиноподобного дефекта длиной (полудлиной) l с использованием зависимости (2) получаем:

$$K_I(t) = Y_I(l)\sqrt{\pi l}\sigma(t). \tag{3}$$

Очевидно, что спектральная плотность случайного процесса коэффициента интенсивности напряжений определится по формуле:

$$S_K(\omega) = Y_I(l)\sqrt{\pi l}S_\sigma(\omega). \tag{4}$$

Предполагаем, что случайный процесс $K_I(t)$ является стационарным и дифференцируемым. Обозначим

$$\upsilon(t) = \frac{dK_I(t)}{dt}. \tag{5}$$

Нас интересует вероятность того, что случайная функция $K_I(t)$ выйдет за пределы K_{IC}, то есть произойдет выброс за указанный уровень.

Воспользовавшись положениями теории выбросов случайных процессов [5], запишем для среднего числа пересечений процессом $K_I(t)$ уровня K_{IC} в единицу времени

$$P_{K_{IC}} = \int_0^\infty f(K_{IC},\upsilon)\upsilon d\upsilon. \tag{6}$$

Величина $P_{K_{IC}}$ называется временной плотностью вероятности. Среднее число пересечений уровня K_{IC} за время τ определится по формуле:

$$N_+(\tau) = \tau P_{K_{IC}}. \tag{7}$$

Для гауссовского стационарного случайного процесса

$$N_+(\tau) = \tau\frac{\omega_e}{2\pi}\exp\left(-\frac{(K_{IC} - \bar{K}_I)^2}{2D_K}\right), \tag{8}$$

где K_I – математическое ожидание случайного процесса

$$K_I(t),\ \bar{K}_I(t) = Y_I(l)\sqrt{\pi l}\bar{\sigma};$$

D_K – дисперсия случайного процесса $K_I(t)$:

$$D_K = \int_0^\infty S_K(\omega)d\omega;$$

ω_e – эффективная частота процесса $K_I(t)$, $с^{-1}$:

$$\omega_e = \left(\frac{\int_0^\infty \omega^2 S_K(\omega)d\omega}{D_K}\right)^{1/2}. \tag{9}$$

Полученные зависимости (3)–(9) дают возможность оценить вероятность безотказной работы. При этом используем допущение, предложенное В. В. Болотиным [1] для вероятности отказа $Q(t)$: $Q(t) \approx N_+(t)$.

Очевидно, вероятность безотказной работы определится:

$$P(t) \approx 1 - N_+(t). \tag{10}$$

Для гауссовского стационарного случайного процесса, учитывая (8), соответственно:

$$P(t) \approx 1 - t\frac{\omega_e}{2\pi}\exp\left(-\frac{(K_{IC} - \bar{K}_I)^2}{2D_K}\right). \tag{11}$$

Для оценки вероятности безотказной работы весьма интересен подход А. А. Свешникова [4], основанный на использовании распределения Пуассона. Исходя из предположения о том, что распределение отказов следует закону Пуассона, получено, что вероятность наступления m событий за время наблюдения $0 \le \tau \le t$ составляет:

$$P_m = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \ (m = 0,1...).$$

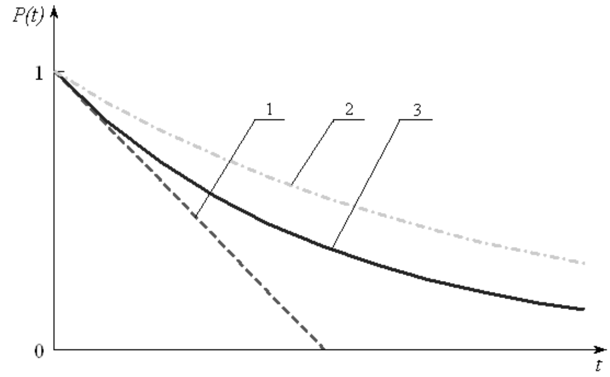
Здесь λ – математическое ожидание числа отказов.

Вероятность безотказной работы будет определяться как вероятность того, что за время t не произойдет ни одного отказа (выброса $K_I(t)$ за уровень K_{IC}), то есть P_0 . Таким образом, подход А. А. Свешникова дает оценку:

$$P(t) \approx \exp\left[-N+(t)\right]. \qquad (12)$$

Для гауссовского стационарного процесса нагружения с учетом зависимостей (8) и (12) имеем:

$$P(t) = \exp\left[-t\frac{\omega_e}{2\pi}\exp\left(-\frac{(K_{IC}-\bar{K}_I)^2}{2D_K}\right)\right]. \qquad (13)$$



Графики зависимости вероятности безотказной работы от времени:
1 – подход В. В. Болотина; 2 – подход А. А. Свешникова;
3 – действительная зависимость

На рисунке приведены графические зависимости вероятности безотказной работы. Кривые 1 и 2 соответствуют подходам В. В. Болотина и А. А. Свешникова, кривая 3 – реальная зависимость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
2. Питухин А. В. Вероятностно-статистические методы механики разрушения и теории катастроф в инженерном проектировании. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 1998. 304 с.
3. Питухин А. В. Оценка периода зарождения усталостной трещины от рисок после механической обработки // Ученые записки Петрозаводского государственного университета. Сер. «Естественные и технические науки». 2008. № 1. С. 111–113.
4. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М.: Мир, 1962. 463 с.
5. Чернецкий В. И. Моделирование стохастических систем. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 1994. 488 с.
6. Griffith A. A. The phenomena of rupture and flow in solids. Phil. Trans. Roy. Soc. Of London A221 (1921). P. 163–197.
7. Irwin G. R. Fracture dynamics // Fracturing of metals. ASM. Cleveland, 1948. P. 147–166.
8. Pitukhin A. V. Fracture Mechanics ad Optimal Design // Int. Journal for Numerical Methods in Engineering. 1992. Vol. 34. № 3. P. 933–940.