

АЛЕКСАНДР ВАСИЛЬЕВИЧ ПИТУХИН

доктор технических наук, профессор кафедры технологии металлов и ремонта лесоинженерного факультета, Петрозаводский государственный университет (Петрозаводск, Российская Федерация)

*pitukhin@psu.karelia.ru*

ИГОРЬ ГЕННАДЬЕВИЧ СКОБЦОВ

кандидат технических наук, доцент кафедры технологии металлов и ремонта лесоинженерного факультета, Петрозаводский государственный университет (Петрозаводск, Российская Федерация)

*iskobtsov@mail.ru*

## ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ROPS ЛЕСОЗАГОТОВИТЕЛЬНЫХ МАШИН С ПРИМЕНЕНИЕМ КАТАСТРОФЫ СБОРКИ\*

Работа посвящена оценке показателей надежности машин с позиций теории катастроф. В первой части статьи приведена теория катастрофы сборки, при этом параметры управления рассмотрены как случайные величины, распределенные по нормальному закону. Во второй части проанализирована возможность применения катастрофы сборки для проектирования элементов конструкций технологических машин и оборудования на примере ROPS (устройства защиты оператора при опрокидывании) колесного лесопромышленного трактора (скиддера). Для определения параметров распределения случайных величин (математических ожиданий и дисперсий) использован метод статистической линеаризации. Полученные аналитические зависимости дают возможность определения величины поглощенной энергии деформирования, а также оценки вероятности безотказной работы и вероятности отказа (вероятности катастрофы сборки). Предложенный подход позволяет произвести статистический анализ положений равновесия вблизи критических точек. Полученные зависимости могут быть применены для оценки вероятности безотказной работы различных элементов конструкций машин и оборудования с позиций теории катастроф.

Ключевые слова: теория катастроф, катастрофа сборки, показатели надежности, проектирование, устройство защиты при опрокидывании

### ВВЕДЕНИЕ

Теория катастроф как раздел математики начала формироваться еще в середине XX века на основе теории особенностей гладких отображений и теории динамических систем. Основоположниками современной теории катастроф являются французский математик Р. Том и российский математик В. И. Арнольд. Катастрофами называются скачкообразные изменения, возникающие в виде внезапного ответа системы на плавное изменение внешних условий.

Одной из семи элементарных катастроф, по Р. Тому [8], является катастрофа сборки, потенциальная функция которой определяется

$$V_{ab}(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ax^2 + bx, \quad (1)$$

где  $x$  – переменная состояния;  $a, b$  – переменные управления.

Многообразие  $M$  катастрофы задается уравнением

$$0 = \frac{d}{dx}V_{ab}(x) = x^3 + ax + b, \quad (2)$$

которое имеет от одного до трех вещественных корней. Природа этих корней зависит от дискриминанта

$$D = 4a^3 + 27b^2. \quad (3)$$

Катастрофа происходит, когда дискриминант  $D$  меняет знак с отрицательного на положительный [8].

Полагаем, что изменения управляющих переменных являются случайными. В качестве случайных величин или случайных функций [4], [9] можно представить нагрузку, геометрические характеристики, параметры прочности, механические свойства материалов и т. д. Очевидно, что вследствие разброса возможных значений конструкции будут работать с более или менее редкими перегрузками [1]. Поэтому определенный интерес представляет изучение вопросов проектирования элементов конструкций технологических машин с позиций теории катастроф с учетом стохастической природы возмущающих факторов.

В работе А. В. Питухина [3] для оценки вероятности катастрофы сборки предложен метод статистической линеаризации для случая, когда управляющие переменные являются случайными величинами. Тогда оценки математического ожидания и дисперсии дискриминанта  $D$  определяются

$$\bar{D} = 4\bar{a}^3 + 27\bar{b}^2; \quad (4)$$

$$\begin{aligned}\sigma_D^2 &= \left( \frac{\partial \bar{D}}{\partial \bar{a}} \right)^2 \sigma_a^2 + \left( \frac{\partial \bar{D}}{\partial \bar{b}} \right)^2 \sigma_b^2 = \\ &= 144\bar{a}^{-4}\sigma_a^2 + 2916\bar{b}^2\sigma_b^2,\end{aligned}\quad (5)$$

где  $\bar{a}, \bar{b}$  – математические ожидания управляющих переменных;  $\sigma_a^2, \sigma_b^2$  – дисперсии управляющих переменных.

С помощью данных зависимостей была получена возможность оценки вероятности безотказной работы элементов конструкций технологических машин и оборудования. Весьма важной является задача оценки энергии деформирования элементов конструкций вплоть до их разрушения, особенно это касается защитных каркасов кабин лесопромышленных тракторов [5], [6].

### ПРИМЕР ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ЗАЩИТНОГО УСТРОЙСТВА КАБИНЫ ТРАКТОРА

Рассмотрим случай бокового нагружения кабины, имитирующего опрокидывание колесного лесопромышленного трактора (скидера) ТЛК-4-01. Согласно требованиям ГОСТ Р ИСО 8082-1-2012, самоходные машины для леса должны оборудоваться устройствами защиты при опрокидывании (ROPS – roll-over protective structures), снижающими риск нанесения травм оператору в случае возникновения аварийной ситуации путем поглощения энергии деформирования элементов [6]. В нашем случае система ROPS представляет собой замкнутый защитный каркас (пояс), расположенный в поперечной плоскости симметрии кабины и имеющий две болтовые опоры крепления к раме трактора. В случае возникновения аварийной ситуации основные нагрузки будут восприниматься защитным каркасом и болтом его крепления к несущей раме (рис. 1). Система ROPS при этом должна поглотить энергию деформации не менее

$$U_s = 12500 \cdot \left( \frac{m}{10000} \right)^{1.25},$$

где  $m$  – масса машины,  $m = 14500$  кг.

Тогда

$$U_s = 12500 \cdot \left( \frac{14500}{10000} \right)^{1.25} = 19890 \text{ Дж.}$$

*Вариант 1 (в качестве переменной состояния  $x$  – абсолютная деформация болта крепления).*

Зададим заменим защитный каркас эквивалентной пружиной с жесткостью  $A_1$  и деформирующей силой  $F$ . Болт представим в виде стержня, в процессе растяжения испытывающего упруго-пластические деформации. Таким образом, получаем условную схему нагружения, энергетически эквивалентную исходной (см. рис. 1).

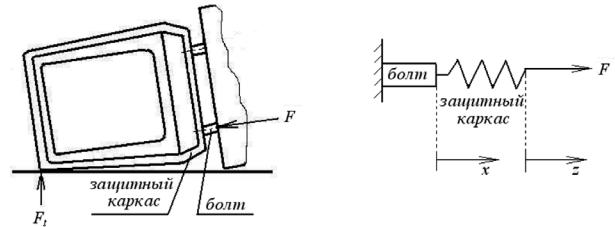


Рис. 1. Схема нагружения кабины трактора

Представим сопротивление стержня растяжению в виде зависимости:

$$F(x) = A_2 x - C_2 x^3, \quad (6)$$

где  $F(x)$  – нагрузка;  $x$  – абсолютная деформация стержня;  $A_2, C_2$  – эмпирические коэффициенты.

Полная диаграмма растяжения стержня, описываемая зависимостью (6), представлена на рис. 2. Такие полные диаграммы деформирования (с падающей ветвью) могут быть получены на испытательных установках с большой жесткостью.

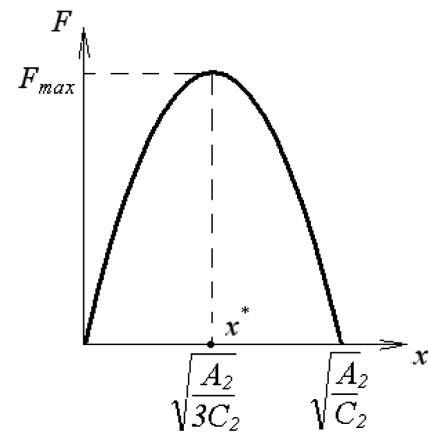


Рис. 2. Полная диаграмма деформирования стержня

Полная потенциальная энергия системы складывается из энергий деформирования эквивалентной пружины (ROPS) и стержня (болта)

$$U = U_{ROPS} + U_{\delta}.$$

Энергия деформирования ROPS

$$U_{ROPS} = \frac{1}{2} P \cdot (z - x),$$

где  $P$  – сила сопротивления деформации эквивалентной пружины с жесткостью  $A_1$ ,  $P = A_1 \cdot (z - x)$ ;  $z$  – полная деформация.

Энергия деформирования стержня (болта)

$$U_{\delta} = \int_0^x F(x) dx = \int_0^x (A_2 x - C_2 x^3) dx = \frac{A_2 x^2}{2} - \frac{C_2 x^4}{4}.$$

Следовательно, полная энергия

$$U = \frac{1}{2} A_1 (z - x) (z - x) + \frac{A_2 x^2}{2} - \frac{C_2 x^4}{4},$$

после преобразований

$$U = -\frac{C_2 x^4}{4} + \frac{(A_1 + A_2)x^2}{2} - A_1 x z + \frac{A_1 z^2}{2}.$$

Отсюда

$$\frac{dU}{dx} = -C_2 x^3 + (A_1 + A_2)x - A_1 z.$$

Полученное выражение аналогично выражению (1), описывающему катастрофу сборки. Поверхность равновесия  $M$  определяется уравнением производной  $dV_{ab}(x)/dx$  (2), коэффициенты в котором определяются:

$$a = -\frac{A_1 + A_2}{C_2}; \quad (7)$$

$$b = \frac{A_1 z}{C_2}. \quad (8)$$

Допустим, что  $A_1, A_2, C_2, z$  – случайные величины с математическими ожиданиями  $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{C}_2, \bar{z}$  и дисперсиями  $\sigma_{A1}^2, \sigma_{A2}^2, \sigma_{C2}^2, \sigma_z^2$ . Согласно методу статистической линеаризации

$$\bar{a} = -\frac{\bar{A}_1 + \bar{A}_2}{\bar{C}_2}, \sigma_a^2 = \frac{1}{\bar{C}_2^2} \left[ \sigma_{A1}^2 + \sigma_{A2}^2 + \left( \frac{\bar{A}_1 + \bar{A}_2}{\bar{C}_2} \right)^2 \sigma_{C2}^2 \right]; \quad (9)$$

$$\bar{b} = \frac{\bar{A}_1 \bar{z}}{\bar{C}_2}; \sigma_b^2 = \frac{1}{\bar{C}_2^2} \left[ \bar{z}^2 \sigma_{A1}^2 + \bar{A}_1^2 \sigma_z^2 + \left( \frac{\bar{A}_1 \bar{z}}{\bar{C}_2} \right)^2 \sigma_{C2}^2 \right]. \quad (10)$$

Численное решение задачи целесообразно осуществить в следующем порядке: определить жесткость  $A_1$  эквивалентной пружины, оценить коэффициенты  $A_2$  и  $C_2$  в полной диаграмме деформирования (6), задать значения средних квадратических отклонений коэффициентов  $A_1, A_2$  и  $C_2$ .

Численное значение жесткости  $A_1$  эквивалентной пружины целесообразно определять методом конечных элементов. В работе [3] расчет был произведен с использованием пакета прикладных программ «Зенит».

Определим коэффициенты  $A_2$  и  $C_2$  в полной диаграмме растяжения стержня. Для этого пересчитаем  $F_{max}$  и  $x^*$  для стержня, моделирующего болт, через предел прочности  $\sigma_B$  и относительное удлинение  $\delta$  соответствующей стали.

Для стали 30, согласно справочным материалам,  $\sigma_B = 500$  МПа,  $\delta = 20\%$ . При диаметре стержня  $d = 30$  мм и длине  $l = 100$  мм максимальная разрушающая стержень нагрузка и соответствующее ей абсолютное удлинение определяются:

$$F_{max} = \frac{\pi d^2}{4} \sigma_B = 353000 \text{ Н}; x^* = l \cdot \frac{\delta}{100} = 20 \text{ мм}.$$

Подставляя численные значения  $F_{max}$  и  $x^*$  и решая систему уравнений

$$\begin{cases} x^* = \sqrt{\frac{A_2}{3C_2}} \\ F_{max} = A_2 x^* - C_2 x^{*3}, \end{cases}$$

получим  $A_2 = 26500$  Н/мм,  $C_2 = 22,1$  Н/мм<sup>3</sup>.

Значения  $A_1, A_2$  и  $C_2$  полагаем случайными величинами с математическими ожиданиями, подсчитанными выше. Таким образом, численные значения задаем в следующем виде [7]:

$$\bar{A}_2 = 26500 \text{ Н/мм},$$

$$\sigma_{A2} = 2,21 \text{ Н/мм}^3, \sigma_{A1} = 0,1 \cdot \bar{A}_1.$$

Оценка критических значений нагрузки и энергии деформирования.

Определим критические значения нагрузки и энергии деформирования при условии монотонного увеличения  $z$  от 0 до наступления катастрофы. Значение переменной  $b$ , соответствующее скачку, определим из условия  $D = 0$  с учетом зависимостей (3) и (7)

$$b = \frac{2}{3} \cdot \frac{A_1 + A_2}{C_2} \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{3 \cdot C_2}}. \quad (11)$$

Критическое значение полной деформации получим с использованием зависимостей (8) и (11)

$$z_c = \frac{b \cdot C_2}{A_1} = \frac{2}{3} \frac{A_1 + A_2}{A_1} \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{3 \cdot C_2}}. \quad (12)$$

Учитывая, что  $a = -3x_c^2$  [10], определим абсолютную деформацию, соответствующую разрушению защитного устройства

$$x_c = \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{3 \cdot C_2}}. \quad (13)$$

Тогда критическая нагрузка с учетом (6) и (13)

$$F_c = A_2 \cdot x_c - C_2 \cdot x_c^3 = \frac{2A_2 - A_1}{3} \cdot \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{3 \cdot C_2}} \quad (14)$$

и критическая энергия деформирования с учетом (12)–(14)

$$U_c^I = \frac{(A_1 + A_2)^2}{6 \cdot C_2} \cdot \left[ \frac{(2A_2 - A_1)^2}{9A_1} + \frac{5A_2 - A_1}{6} \right]. \quad (15)$$

*Вариант 2 (в качестве переменной состояния  $x$  – абсолютная деформация ROPS).*

Как отмечается в ГОСТ Р ИСО 8082-1-2012, боковое нагружение ROPS с большой вероятностью приводит к появлению остаточных деформаций. В связи с этим представляет определенный интерес исследование защитных свойств пояса безопасности с учетом его пластических деформаций.

Систему ROPS представим в виде бруса, который в случае возникновения аварийной ситуации будет испытывать упруго-пластические деформации (рис. 3).

Полная потенциальная энергия для данного варианта запишется в виде

$$U = U_{\sigma} + U_{ROPS} = \int_0^{\Delta l} P(\Delta l) d\Delta l + \int_0^x F_t(x) dx,$$

где  $P(\Delta l)$ ,  $\Delta l$  – сила сопротивления деформации и абсолютное удлинение стержня;  $F_t(x)$ ,  $x$  – сила сопротивления и абсолютная деформация ROPS.

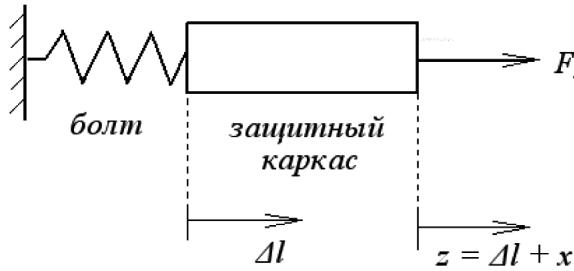


Рис. 3. Эквивалентная схема нагружения с учетом пластических деформаций ROPS

Тогда

$$U = \int_0^{\Delta l} (A_2 \Delta l - C_2 \Delta l^3) d\Delta l + \int_0^x (A_1 x + C_1 x^3) dx = \\ = \frac{A_2 \Delta l^2}{2} - \frac{C_2 \Delta l^4}{4} + \frac{A_1 x^2}{2} - \frac{C_1 x^4}{4}.$$

Второй член в полученном выражении можно не учитывать ввиду незначительности его величины. Коэффициенты  $A_1$  и  $C_1$  определяются по диаграмме деформирования ROPS, построенной по аналогии с диаграммой деформирования стержня (представлена на рис. 2) при допущении достижения ROPS зоны DLV (DLV – deflection limiting volume – зона, соответствующая предельной деформации) при критической нагрузке  $F_{max} = 116$  кН [5].

Отсюда с учетом  $z = x + \Delta l$

$$U = -\frac{C_1 z^4}{4} + \frac{(A_1 + A_2) z^2}{2} - A_2 z x + \frac{A_2 z^2}{2}$$

и

$$\frac{dU}{dx} = -C_1 x^3 + (A_1 + A_2)x - A_2 z.$$

Полученные выражения также соответствуют выражениям (1) и (2), описывающим катастрофу сборки с переменными управления

$$a = -\frac{A_1 + A_2}{C_1}; \\ b = \frac{A_2 z}{C_1},$$

но в качестве переменной состояния  $x$  в данном случае выступает абсолютная деформация ROPS.

Критическая энергия деформирования (по аналогии с (15))

$$U_c^{II} = \frac{(A_1 + A_2)^2}{6 \cdot C_1} \cdot \left( \frac{(2A_1 - A_2)^2}{9A_2} + \frac{5A_1 - A_2}{6} \right). \quad (16)$$

Результаты расчета энергии деформирования по формулам (15) и (16) представлены на рис. 4. Таким образом, расчет системы ROPS без учета пластического течения материала позволяет удовлетворить требованиям ГОСТ только при небольших значениях жесткости.

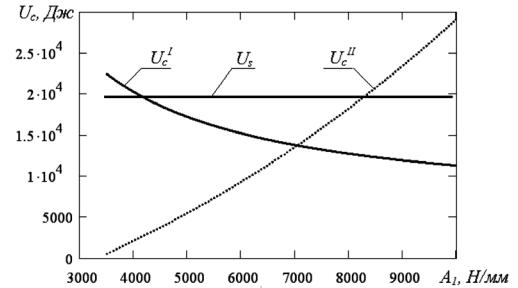


Рис. 4. Графики зависимости критической энергии деформирования от жесткости ROPS:  $U_c^I$  – вариант 1;  $U_c^{II}$  – вариант 2;  $U_s$  – нормативное значение

Оценка вероятности безотказной работы.

Оценим математическое ожидание и дисперсию поглощенной энергии с помощью метода статистической линеаризации

$$\bar{U}_c = \frac{(\bar{A}_1 + \bar{A}_2)^2}{6 \cdot \bar{C}_1} \cdot \left( \frac{(2\bar{A}_1 - \bar{A}_2)^2}{9\bar{A}_2} + \frac{5\bar{A}_1 - \bar{A}_2}{6} \right); \quad (17)$$

$$\sigma_{U_c}^2 = \left( \frac{\partial \bar{U}_c}{\partial \bar{A}_1} \right)^2 \sigma_{A_1}^2 + \left( \frac{\partial \bar{U}_c}{\partial \bar{A}_2} \right)^2 \sigma_{A_2}^2 + \left( \frac{\partial \bar{U}_c}{\partial \bar{C}_1} \right)^2 \sigma_{C_1}^2. \quad (18)$$

Вероятность безотказной работы представим как вероятность того, что величина энергии деформирования превысит нормативное значение  $U_s$ , регламентированное стандартом

$$R = Pr\{U_c > U_s\} = Pr(U_c - U_s > 0).$$

Согласно ГОСТ Р ИСО 8082-1-2012, для ТЛК-4-01 нормативное значение энергии деформирования составляет  $U_s = 19,8$  кДж.

Очевидно, что вероятность отказа

$$Q = 1 - R = 1 - Pr(U_c - U_s > 0). \quad (19)$$

В предположении, что энергия деформирования подчиняется нормальному закону, вероятность отказа может быть выражена

$$Q = \frac{1}{2} - \Phi(\gamma), \quad (20)$$

где  $\Phi(\gamma)$  – функция Лапласа,  $\Phi(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

[2];  $\gamma$  – характеристика безопасности,

$$\gamma = \frac{\bar{U}_c - \bar{U}_s}{\sqrt{\sigma_{U_c}^2 + \sigma_{U_s}^2}}. \quad (21)$$

Поскольку нормативное значение  $U_s$  задается, как правило, в виде детерминированной величины, то в зависимости (21) можно положить  $\sigma_{U_s}^2 = 0$  и  $\bar{U}_s = U_s$ . Тогда для варианта, учитывавшего пластические деформации ROPS, при расчетных оценках по формулам (17) и (18)  $\bar{U}_c = 25,96$  кДж и  $\sigma_{U_c} = 5,9$  кДж характеристика безопасности составит  $\gamma = 1,029$  ( $\Phi(\gamma) = 0,349$  [2]), что соответствует вероятности отказа

$$Q = 0,5 - 0,349 = 0,151.$$

Рассмотренный пример иллюстрирует возможность применения теории катастроф для оценки вероятности безотказной работы элементов конструкций технологических машин и оборудования при проектировании. Предложенный подход позволяет провести статистический анализ положений равновесия вблизи критических точек, что важно для практических целей.

\* Работа выполнена при поддержке Программы стратегического развития ПетрГУ на 2012–2016 гг.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Книга по требованию, 2013. 312 с.
- Гурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2003. 479 с.
- Питухин А. В. Методы теории катастроф при проектировании элементов конструкций машин и оборудования лесного комплекса // Известия вузов «Лесной журнал». 2007. № 2. С. 58–65.
- Питухин А. В., Скобцов И. Г. Метод оценки вероятности катастрофы сборки для случая, когда управляющие параметры являются случайными функциями // Фундаментальные исследования. 2014. № 1. С. 24–27.
- Питухин А. В., Скобцов И. Г., Хвойин Д. А. Экспериментальная оценка эффективности защитной рамы кабины колесного трелевочного трактора // Фундаментальные исследования. 2011. № 12. С. 155–157.
- Питухин А. В., Шиловский В. Н., Скобцов И. Г., Кяльвиайнен В. А. Повышение эксплуатационной технологичности лесозаготовительных машин: Монография. Петрозаводск: Петропресс, 2012. 240 с.
- Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. М.: Машиностроение, 1975. 480 с.
- Том Р. Структурная устойчивость и морфогенез. М.: Логос, 2002. 288 с.
- Pitukhin A. V., Skobtsov I. G. The Estimation of Reliability Function in Terms of the Catastrophe Theory // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 607. P. 817–820.
- Poston T., Stewart I. N. Catastrophe Theory and its Applications. N. Y.: Dover Publications, 1996. 491 p.

Pitukhin A. V., Petrozavodsk State University (Petrozavodsk, Russian Federation)  
Skobtsov I. G., Petrozavodsk State University (Petrozavodsk, Russian Federation)

#### RELIABILITY EVALUATION OF THE ROPS SYSTEMS FOR THE HARVESTING MACHINES WITH APPLICATION OF THE CUSP CATASTROPHE

The article is devoted to the estimation of reliability measures in terms of the catastrophe theory. The first part of the article considers the cusp catastrophe, where the control parameters are examined as normally disturbed quantities. The second part analyses appliance of the cusp catastrophe for designing elements of the technological machines and equipment in terms of ROPS (Roll-over protection system) of the wheeled skidder ROPS. The statistical linearization method is used to determine the distribution parameters (mean value, dispersion). The achieved analytical equations can be applied to define the quantity of strain energy, and to estimate the reliability function, failure probability (cusp catastrophe probability). This approach enables to carry out statistical analysis of balance near critical points. The obtained expressions can be applied to estimate the reliability function from the perspective of the catastrophe theory.

Key words: catastrophe theory, cusp catastrophe, reliability measures, designing, roll-over protective structure

#### REFERENCES

- Bolotin V. V. *Prognozirovaniye resursa mashin i konstruktsiy* [Machine and Construction Useful Life Prediction]. Moscow, Kniga po trebovaniyu Publ., 2013. 312 p.
- Gurmam V. E. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Theory of Probability and Mathematical Statistics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2003. 479 p.
- Pitukhin A. V. Methods of Catastrophe Theory when Designing Elements of Machines and Equipment of Forest Industry [Metody teorii katastrof pri proektirovaniii elementov konstruktsiy mashin i oborudovaniya lesnogo kompleksa]. *Izvestiya vuzov "Lesnoy zhurnal"* [News of Higher Educational Institutions "Forest Journal"]. 2007. № 2. P. 58–65.
- Pitukhin A. V., Skobtsov I. G. Method of Cusp Catastrophe Probability Estimation With the Stochastic Functions as the Control Parameters [Metod otsenki veroyatnosti katastrofy sborki dlya sluchaya, kogda upravlyayushchie parametry yavlyayutsya sluchaynymi funktsiyami]. *Fundamental'nye issledovaniya* [Fundamental researches]. 2014. № 1. P. 24–27.
- Pitukhin A. V., Skobtsov I. G., Khvoyn D. A. The Experimental Estimation of Wheeled Skidder Protective Frame Efficiency [Experimental'naya otsenka effektivnosti zashchitnoy ramy kabiny kolesnogo trelevochnogo traktora]. *Fundamental'nye issledovaniya* [Fundamental researches]. 2011. № 12. P. 155–157.
- Pitukhin A. V., Shilovskiy V. N., Skobtsov I. G., Kyal'viaynen V. A. *Povyshenie ekspluatatsionnoy tekhnologichnosti lesozagotovitel'nykh mashin* [The Increasing of Exploitation Technological Efficiency of Forest Machines]. Petrozavodsk, 2012. 240 p.
- Serenssen S. V., Kogaev V. P., Shneyderovich R. M. *Nesushchaya sposobnost'i raschety detaley mashin na prochnost'* [Load-carrying Capacity and Machine Element Strength Analysis]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 480 p.
- Tom R. *Strukturnaya ustoychivost'i morfogenез* [Structural Stability and Morphogenesis]. Moscow, 2002. 288 p.
- Pitukhin A. V., Skobtsov I. G. The Estimation of Reliability Function in Terms of the Catastrophe Theory // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 607. P. 817–820.
- Poston T., Stewart I. N. Catastrophe Theory and its Applications. N. Y.: Dover Publ., 1996. 491 p.