**Декабрь, № 8. Т. 2** УДК 535.13

Физико-математические науки

СЕРГЕЙ ИВАНОВИЧ МОЛЬКОВ

доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры электроники и электроэнергетики физикотехнического факультета, Петрозаводский государственный университет (Петрозаводск, Российская Федерация) tandem@onego.ru

# ДИФРАКЦИОННЫЕ ПОТЕРИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТИ ГАЗОРАЗРЯДНЫХ ЛАЗЕРОВ ПО ПОПЕРЕЧНЫМ МОДАМ\*

Представлены результаты численно-аналитических исследований дифракционных потерь в сложных открытых резонаторах. Использованы известные численные данные и предложены интерполяционные формулы для дифракционных потерь, полученные с применением законов подобия резонаторов. При этом удалось существенно расширить область применимости результатов на многоэлементные резонаторы, содержащие гауссовские и негауссовские элементы (диафрагмы с резкими краями, разрядный капилляр). Метод позволяет определять конфигурацию резонаторов, обеспечивающую генерацию основной поперечной моды, распределение мощности по поперечным модам при многомодовой генерации и зависимость мощности от разъюстировки зеркал резонатора.

Ключевые слова: открытый оптический резонатор, гауссовские и негауссовские элементы, дифракционные потери, разьюстировка

## введение

Дифракционные потери являются важнейшей характеристикой открытого оптического резонатора, так как определяют его свойства как селектора поперечных мод. В классической работе [16] с помощью численного решения интегральных уравнений Ли для поля излучения получены зависимости дифракционных потерь мод  $TEM_{00}$  и  $TEM_{01}$  от числа Френеля N и параметра устойчивости резонатора g для симметричного и плоскосферического резонаторов, образованных зеркалами диаметром 2*a*.

В многочисленных попытках разработать аналитические методы расчета потерь в сложных многоэлементных резонаторах, применяемых на практике, результаты [16] использовались как численный эксперимент. Так, в работе [12] предложено рассчитывать потери методом эквивалентного конфокального резонатора. Этот метод дает лишь разумную оценку потерь. В работах [4], [13] ограниченные зеркала или диафрагмы с резкими краями (торцы разрядных капилляров) заменялись соответствующим образом подобранными гауссовскими диафрагмами. Этот метод дает хорошие результаты в случае малых чисел Френеля и соответствующих больших дифракционных потерь.

В работах [8], [9] использовался аналитический метод расчета, основанный на принципе Бабине, дающий хорошие результаты при малых потерях за исключением конфигураций резонатора, близких к границе устойчивости. В работе [17] предпринята попытка получения формулы для расчета потерь в резонаторах с одной или несколькими диафрагмами, моделирующими разрядный капилляр. Ошибочность полученных там результатов обусловлена пренебрежением связью между интегральными уравнениями, описывающими дифракцию излучения в различных частях резонатора.

Подход, предложенный в данной работе, основан на использовании результатов [16] и законов подобия резонаторов. Он позволяет рассчитывать дифракционные потери основной и высших поперечных мод в сложных многоэлементных резонаторах, содержащих гауссовские и негауссовские элементы. Знание дифракционных потерь для мод  $\text{TEM}_{pl} \Lambda_{pl}$  позволяет установить, сколько и какие моды генерируют, их распределение по мощности и границу одномодовой генерации, производить расчет таких важных характеристик выходного пучка, как его диаметр и расходимость при заданной конфигурации резонатора, а также определить зависимость выходной мощности от разъюстировки зеркал резонатора.

## ДИФРАКЦИОННЫЕ ПОТЕРИ В ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ РЕЗОНАТОРАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

В работе [11] путем обработки численных данных [16] получены аппроксимационные формулы для расчета потерь  $\text{TEM}_{00} u \text{ TEM}_{01}$ -мод в симметричном ( $g_1 = g_2 = g$ ) и плоско-сферическом ( $g_1 = g, g_2 = 1$  или  $g_1 = g, g_2 = g$ ) резонаторах с зеркалами диаметром 2*a*:

$$\Lambda_{pl}^{s,h}(N,g) = \frac{exp\left\{-A(1-|g|)N^{B-C|g|}\right\}}{1+aN^{b}}, \qquad (1)$$

где *A*, *B*, *C*, *a*, *b* – постоянные, отредактированные численные значения которых приведены в таблице; нижними индексами *p*, *l* обозначены величины, относящиеся к TEM<sub>*pl*</sub>-моде, а верхними индексами

	а	b	Α	В	С
TEM <sup>s</sup> 00	4,86	1,41	5,83	2,1	0,36
TEM <sup>h</sup> <sub>00</sub>	-//-	-//-	2,26	3,08	1,16
TEM <sup>s</sup> <sub>01</sub>	1,62	1,46	3,76	2,05	0,25
TEM <sup>h</sup> <sub>ol</sub>	-//-	-//-	0,774	3,28	0,96

Значения постоянных в формуле (1)

На рис. 1а представлены результаты расчетов дифракционных потерь по формуле (1) для моды *TEM*<sup>s</sup> в сравнении с данными [16], иллюстрирующими ее корректность.

Аналогичная точность реализуется и для мод  $\text{TEM}_{00}^{h}$  и  $\text{TEM}_{01}^{S,h}$ . Существенным преимуществом формулы (1) по сравнению с предложенными ранее в [3], [5] является отсутствие ограничений на величину N и аналитическая зависимость от g. Отметим, что  $\Lambda^h(N,g) \cong \Lambda^h(N,1-|g|)$ , а это позволяет распространить результаты расчета  $\Lambda^h$  на область  $|g| = 0 \div 0,5$ .

Для получения интерполяционной формулы, справедливой во всей области устойчивости резонаторов  $0 \le g_1 g_2 \le 1$ , рассмотрим случай, когда |g<sub>1</sub>|>>|g<sub>2</sub>|. Отношение радиусов пучка основной моды на зеркалах  $w_1/w_2$ , рассчитанное для двухзеркального резонатора без диафрагм, согласно [14], равно:  $\sqrt{g_2} / g_1 \ll 1$  или  $w_1 \ll w_2$ .



Рис. 1. а) Зависимость дифракционных потерь моды *TEM*<sub>ао</sub> от числа Френеля N для симметричного резонатора: численный расчет [1], ° – расчет по аппроксимационной формуле (1). Цифры у кривых – значения g. б) Зависимость дифракционных потерь  $\Lambda_{aa}$  от параметров устойчивости резонатора  $g_{,u}$  и  $g_{,n}$  при N = 1

Поскольку для генерации радиус w, должен быть сравним с a, то  $w_1 \ll a$  и в интегральных уравнениях, описывающих поле излучения в резонаторе, можно заменить конечный радиус первого зеркала на бесконечный. Задача о нахождении потерь при этом сводится к известному случаю резонатора с одним диафрагмированным зеркалом [15]:

$$\Lambda(N,g_1,g_2) \to \Lambda^d(\frac{N}{2|g_1|},g_{eq}) = 1 - \sqrt{1 - \Lambda^s(\frac{N}{2|g_1|},g_{eq})}, (2)$$

при |g<sub>1</sub>|>>|g<sub>2</sub>|; g<sub>ea</sub>=2g<sub>1</sub> g<sub>2</sub>-1. При |g<sub>2</sub>|>>|g<sub>1</sub>| получаем аналогичную формулу с заменой индексов  $1 \leftrightarrow 2$ .

С использованием выражений (1), (2) в настоящей работе получена интерполяционная формула для расчета дифракционных потерь мод ТЕМ<sub>00</sub> и ТЕМ<sub>01</sub> в резонаторах произвольной конфигурации, согласующаяся с известными частными случаями и удовлетворяющая законам подобия резонаторов:

$$\Lambda(N,g_1,g_2) = \tag{3}$$

$$= \begin{cases} \Lambda^{s}(N,g_{m}) + (\frac{g_{1}-g_{2}}{1-g_{m}})^{k} \left[ \Lambda^{h}(N,g_{m}) - \Lambda^{s}(N,g_{m}) \right], g_{M} \leq 1 \\ \Lambda^{d}(\frac{N}{2g_{M}},g_{eq}) + \frac{1}{g_{M}^{2}} \left[ \Lambda^{h}(N,g_{m}) - \Lambda^{d}(\frac{N}{2},2g_{m}-1) \right], g_{M} > 1 \end{cases}$$

где  $g_m = min\{|g_1|, |g_2|\}; g_M = max\{|g_1|, |g_2|\}.$ Показатель степени k должен обеспечивать непрерывную дифференцируемость функции Л в области устойчивости резонатора и приближенно равен 1,5. Эта формула дает точные значения потерь для симметричного и плоскосферического резонаторов, удовлетворяет законам подобия и при  $|g_1| >> |g_2|$  или  $|g_2| >> |g_1|$  асимптотически описывает потери в соответствии с выражением (2). На рис. 16 для иллюстрации приведена рассчитанная по формулам (1), (3) зависимость дифракционных потерь от  $g_1$  и  $g_2$  в области  $0 \le g_1 g_2 \le 1$ ,  $g_2 \ge g_1 \ge 0$ . Численное решение интегральных уравнений Ли для ряда конфигураций резонаторов при различных числах Френеля позволяет оценить точность интерполяционной формулы в 5 % [10].

### ПОТЕРИ В МНОГОЭЛЕМЕНТНОМ РЕЗОНАТОРЕ

Формулу (3) можно обобщить на случай сложного резонатора с произвольным числом гауссовых элементов, расположенных между двумя диафрагмированными зеркалами с диаметрами  $2a_1$  и  $2a_2$  соответственно. Пусть  $A_{0}$ , *B*<sub>0</sub>, *C*<sub>0</sub>, *D*<sub>0</sub> – элементы матрицы передачи набора оптических элементов, включая активную среду с квадратичным распределением в радиальном направлении показателя преломления и коэффициента усиления, расположенных между зеркалами 1 и 2 с радиусами кривизны  $R_1$  и  $R_2$ соответственно. Тогда, произведя в интегральном преобразовании Кирхгофа в приближении Френеля [2] замену переменных  $x=r_1/a_1$ ,  $y=r_2/a_2$ ,  $\varphi_1(x)=a_1Y_1(r_1)$ ,  $\varphi_2(y)=a_2Y_2(r_2)$ , получим систему интегральных уравнений:

$$\gamma_{1}\phi_{2}(y) = \int_{0}^{1} L_{1}(y, x)\phi_{1}(x)xdx,$$
  

$$\gamma_{2}\phi_{1}(x) = \int_{0}^{1} L_{2}(x, y)\phi_{2}(y)xdy,$$
(4)

где  $Y_1$ ,  $Y_2$  – радиальные распределения комплексных амплитуд пучка перед зеркалами 1 и 2;  $\Lambda_1 = 1 - |\gamma_1|^2$ ,  $\Lambda_2 = 1 - |\gamma_2|^2$  – потери мощности при отражении от диафрагмированных зеркал; ядра уравнений  $L_1$  и  $L_2$  определяются формулой:

 $L_1(y,x) = L_2(x,y) = \tilde{t}^{l+1} 2\pi N J_1(2\pi N x y) exp\{-i\pi N (G_1 x_1^2 + G_2 y^2)\},$  а  $N = a_1 a_2 / \lambda B$ ;  $G_1 = a_1 A / a_2$ ,  $G_2 = a_2 D / a_1$  – параметры подобия резонатора;  $B = B_0$ ,  $A = A_0 - B_0 / R_1$ ,  $D = D_0 - B_0 / R_2$  – элементы матрицы передачи оптической системы, заключенной между диафрагмами 1 и 2.

Поскольку уравнения (4) совпадают с соответствующими уравнениями для «пустого» резонатора с параметрами:  $N=a^2/\lambda L$ ,  $g_1$ ,  $g_2$ , то для расчета эффективных потерь на проход в сложном резонаторе нужно использовать выражение (3), произведя замену  $a^2/\lambda L \rightarrow a_1 a_2/\lambda B$ ,  $g_1 \rightarrow G_1$ ,  $g_2 \rightarrow G_2$ . Связь потерь на обход резонатора и эффективных потерь на проход дается выражениями:

$$A_{12} = 1 - |\gamma_1 \gamma_2|^2 = A_1 + A_2 - A_1 A_2, \quad A = 1 - \sqrt{1 - A_{12}} . \quad (5)$$

Рассмотренный случай расчета дифракционных потерь имеет практическое значение для сложных резонаторов, в которых селекция поперечных мод осуществляется с использованием диафрагмы, помещенной вблизи одного из зеркал, там, где диаметр пучка больше. В открытых резонаторах с диафрагмами или капилляром, торцы которого играют роль диафрагм, интегральное преобразование Френеля необходимо использовать столько раз, сколько пучок проходит через диафрагмы при полном обходе резонатора. Из условия самовоспроизводства поля при замкнутом цикле можно получить систему интегральных уравнений, позволяющих рассчитывать распределение амплитуды и фазы поля в выбранном сечении и определять дифракционные потери.

### ПОТЕРИ В РЕЗОНАТОРЕ С КАПИЛЛЯРОМ

В большинстве случаев для газоразрядных лазеров используют резонатор, в котором лазерное излучение ограничено не краями зеркал или диафрагмой, а разрядным капилляром. В этом случае формулой (3) можно пользоваться только когда длина капилляра  $L_a$  близка к длине резонатора L. Реально торцы разрядного капилляра, играющие роль диафрагм, находятся на некотором, часто значительном расстоянии от зеркал. Ясно, что для расчета потерь в этом случае необходимо решить систему четырех связанных интегральных уравнений типа (4). Именно неучет этого фактора в [17] делает ее результаты ошибочными. В данной работе для резонатора с капилляром был использован другой подход.

Для оценки потерь используем эквивалентное число Френеля и параметры устойчивости резонатора [15]:

$$N_{eq} = \frac{a_1 a_2}{\lambda L}, G_1 = \frac{a_1}{a_2} g_1, G_2 = \frac{a_2}{a_1} g_2, \qquad (6)$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения;  $a_i = (w_i a)/w_{\kappa i}$  – эффективный радиус *i*-й диафрагмы; a – радиус капилляра;  $w_i$ ,  $w_{\kappa i}$  – радиусы пучка излучения на i-м зеркале и на ближайшем к нему торце капилляра. Проводя расчеты  $w_i$  и  $w_{\kappa i}$  по «пустому» резонатору с неограниченными зеркалами [14], для эквивалентных параметров (6) получаем:

$$N_{eq} = N |G| \sqrt{\frac{g_1 g_2}{\gamma_1 \gamma_2}}, \quad G_1 = g_1 \sqrt{\frac{g_2 \gamma_2}{g_1 \gamma_1}}, \quad G_2 = g_2 \sqrt{\frac{g_1 \gamma_1}{g_2 \gamma_2}}, (7)$$
  
Equation  $G = g_1 + g_2 - 2g_1 g_2; \quad \gamma_i = \beta + [(1 - g_i)g_j - \frac{L_i}{L} G]^2;$ 

 $\beta = g_1 g_2 (1-g_1 g_2); L_i -$ расстояние от *i*-го зеркала до торца капилляра;  $N = a^2 / \lambda L$ .

Расчет дифракционных потерь производится по формуле (3) с заменой  $N, g_1, g_2$  на эквивалентные параметры согласно (7).

Выбор эквивалентных параметров в форме (7) продиктован, помимо соображений работы [15], необходимостью согласования наших результатов с предельным случаем короткого капилляра  $(L_a \rightarrow 0)$  или резонатора с диафрагмой. Резонатор с внутренней диафрагмой эквивалентен двух-зеркальному резонатору с ограниченными зеркалами при нескольких положениях диафрагм [1]. Так, при  $L_1/L=(1+\sqrt{g_1}/g_2)^{-1}$  для эквивалент-ных параметров из формул (7) получаем:

$$N_{eq} = \frac{N}{2} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} (1 + \sqrt{\frac{g_1}{g_2}})^2 (1 + \sqrt{g_1 g_2})^{-1}, \quad G_1 = G_2 = \sqrt{g_1 g_2},$$

что точно соответствует результатам [1]. При этом дифракционные потери, согласно (3), равны  $\Lambda = \Lambda^s(Neq, \sqrt{g_1 / g_2})$ . Для конфокального резонатора ( $g_1 = g_2 = 0$ ), учитывая, что  $\sqrt{g_1 / g_2} = (L - L_1)/L$ , из этой формулы получаем точное выражение дифракционных потерь при любом положении диафрагмы:

$$A = A^{s} \left( \frac{NL^{2}}{2L_{2}(L - L_{1})}, 0 \right)$$

### ГЕНЕРАЦИЯ МНОГИХ ПОПЕРЕЧНЫХ МОД

Значение дифракционных потерь основной и первой поперечных мод достаточно для целей расчета мощности основной моды и определения границы одномодовой генерации. При многомодовой генерации для определения распределения мощности по модам необходимо знание дифракционных потерь высших мод. Для дифракционных потерь TEM\_,-моды, используя метод эквивалентного конфокального резонатора [6], получаем:

$$\Lambda_{pl} = \frac{2\pi \left(8\pi N_{eq}\right)^{2p+l-1}}{p! (p+l)!} \exp\left\{-4\pi N_{eq}\right\},$$
(8)

где  $N_{eq} = N\sqrt{1 - g_1g_2}$  – эквивалентное число Френеля. Точность расчета по формуле (8) повышается при конфигурациях резонатора, близких к конфокальным  $(g_1 = g_2 = 0)$ , а также при  $N \to \infty$ . Используя (8), выразим потери  $\Lambda_{nl}$  через потери основной  $\Lambda_{00}$  и первой  $\Lambda_{01}$ -мод. Получим выражение:

$$\Lambda_{pl} = \frac{\Lambda_{00}}{(p+l)!} \left(\frac{\Lambda_{01}}{\Lambda_{00}}\right)^{2p+l},$$
 (9)

которым можно пользоваться для определения потерь высших мод. При  $\Lambda_{pl} > 1$  необходимо по-ЛОЖИТЬ  $\Lambda_{nl} = 1$ .

Знание дифракционных потерь высших мод *А* и позволяет определить, сколько и какие моды генерируют и их распределение по мощности. Метод расчета основан на моделировании процесса развития генерации, начиная с основной или первой моды. Рассмотрим суть метода на примере лазера с квазиоднородным уширением линии генерации, когда в пределы контура усиления попадает несколько собственных частот резонатора v<sub>a</sub>, для которых межчастотный интервал c/2L сравним с лоренцевской шириной линии.

Коэффициент усиления для прямой и обратной волн излучения генерации на приведенной частоте  $x = (v - v_0)/\Delta v_0$ , где  $\Delta v_0 = \Delta v_D / 2 \sqrt{ln2}$ ;  $\Delta v_D - доплеровская ширина линии, имеет вид:$ 

$$g^{\pm}(x) = \frac{g_0 e^{-x^2}}{1 + I(x) / I_0},$$
 (10)

где g<sub>0</sub>, I<sub>0</sub>-ненасыщенный коэффициент усиления для центра линии и интенсивность насыщения; I(x) – спектральная плотность интенсивности внутрирезонаторного излучения. Рассмотрим открытый резонатор с активной средой, заключенный в цилиндрический разрядный капилляр радиуса *а* и длиной *L<sub>a</sub>*. Используя цилиндрическую систему координат для локального коэффициента усиления в точке ( $z, r, \varphi$ ) на приведенной частоте х при генерации многих аксиальных и нескольких поперечных мод, используя (10) и выражение  $I = \sum_{n,l} W_{pl} |\psi_{pl}|^2$ , имеем:

$$g(x, z, r, \varphi) = \frac{g_0(z, r)e^{-x^2}}{1 + \sum_{p,l} W_{pl}(x) |\Psi_{pl}(z, r, \varphi)|^2 / I_o(z, r)},$$
(11)

где среда предполагается аксиально симметричной, а  $\psi_{nl}$  – нормированная комплексная амплитуда пучка;  $W_{nl}(x)$  – спектральная плотность мощности внутри резонаторного излучения ТЕМ<sub>и</sub>-моды на частоте х. Суммирование ведется по всем генерирующим модам.

Система уравнений для расчета  $W_{pl}(x)$  с учетом выражения (11) имеет вид:

$$e^{-x^{2}}\int_{0}^{L_{a}} dz \int_{0}^{2\pi} d\varphi \int_{0}^{a} \frac{g_{0} |\Psi_{pl}|^{2} r dr}{1 + \sum_{m,n} W_{mn}(x) |\Psi_{mn}|^{2} / I_{o}} = L_{a} K_{loss}^{pl},$$
(12)

где  $K_{loss}^{pl}$  – коэффициент потерь  $\text{TEM}_{pl}$ -моды. Число уравнений (12) равно числу генерирующих мод. Физический смысл этих уравнений заключается в равенстве потерь моды ТЕМ, среднему по объему активной среды, насыщенному всеми остальными генерирующими модами коэффициенту усиления для рассматриваемой моды. Расчет прекращается, когда выполняется неравенство:

$$\frac{1}{L_{a}} \int_{0}^{L_{a}} dz \int_{0}^{2\pi} d\varphi \int_{0}^{a} \frac{g_{0} |\Psi_{M+l}|^{2} r dr}{1 + \frac{1}{I_{o}} \sum_{j=1}^{M} W_{j}(0) |\Psi_{j}|^{2}} < K_{loss}^{M+1}, \quad (13)$$

выражающее тот факт, что насыщенный генерирующими модами коэффициент усиления для *М*+1-моды меньше потерь для нее. Здесь для простоты двойную индексацию мод (pl) заменили одинарной (i) в соответствии с ростом дифракционных потерь.

Система уравнений (12) позволяет рассчитывать частотную зависимость  $W_{pl}(x)$  и распределение мощности  $W_{pl}$  по модам:

$$W_{pl} = 2 \int_{0}^{X_{pl}} W_{pl}(x) dx , \qquad (14)$$

где  $x_{pl}$  – значение приведенной частоты, при

которой  $W_{pl}(x)=0.$ На рис. 2 изображены рассчитанные зависимости нормированных мощностей  $N_{pl}$ =  $W_{\nu l}/(\pi \overline{w}^2 I_0)$  от числа Френеля резонатора Nи параметра конфигурации д для симметричного изотропного резонатора с диафрагмами на зеркалах при  $\overline{g}_0 = 10-2$ см-1,  $\lambda = 0,483$  мкм,  $g_0(r) =$ =  $1,47 \overline{g}_{a} [1 - 0,21(r/a)^{2} - 0,65(r/a)^{4}]; L_{a} = 20 \text{ cm},$ К<sub>л</sub>=10<sup>-3</sup> см<sup>-1</sup> – коэффициент потерь без учета дифракционных.



Рис. 2. Зависимость нормированной выходной мощности  $N_{pl}$  от числа Френеля N и параметра устойчивости g для симметричного резонатора: — –  $N_{00}$ , - – –  $N_{0l}$ , -• –  $N_{10}$ , -.. – высшие моды  $(N_{Il}+N_{20})$ 

Данные этого рисунка представляют общие закономерности распределения мощности по модам. Видно, что число генерирующих мод увеличивается с ростом N и уменьшается с ростом g. Наблюдаемые закономерности обусловлены изменением дифракционных потерь.

#### ОДНОМОДОВАЯ ГЕНЕРАЦИЯ

Критерием одномодовой генерации является условие:

$$\int_{0}^{2\pi} d\phi \int_{0}^{a} \frac{g_{0} |\psi_{01}|^{2} r dr}{1 + \frac{1}{I_{0}} W_{00}(0) |\psi_{00}|^{2}} \leq K_{loss}^{01}, \qquad (15)$$

где  $W_{00}(0)$  – спектральная плотность мощности основной моды для центра линии. Это неравенство так же, как и (13), отражает факт превышения потерь моды TEM<sub>01</sub> над насыщенным излучением основной моды коэффициентом усиления первой моды и, следовательно, невозможность ее генерации.

На рис. За представлены зависимости  $g\theta(r)/g_0(0)$  для двух случаев радиальной зависимости ненасыщенного коэффициента усиления. Первый характерен для ионных лазеров, работающих при малых токах, а второй – при больших токах и давлениях. Наблюдаемый на радиальной зависимости  $g_0(r)/g0(0)$  провал связан с ростом влияния девозбуждения верхнего лазерного уровня электронным ударом и с пленением резонансного излучения с нижних лазерных уровней.

На рис. Зб представлена диаграмма, полученная при обработке результатов расчета по описанной выше методике. По осям отложены параметры  $X_{00} = g_0^{00} / K_{loss}^{00}$  и  $X_{01} = g_0^{01} / K_{loss}^{01}$  – превышения усредненных коэффициентов усиления для мод TEM<sub>00</sub>, TEM<sub>01</sub> над коэффициентами потерь. Сплошные и штриховые линии соответствуют двум случаям радиального распределения коэффициента усиления. Точки, лежащие ниже кривых (1), соответствуют генерации моды TEM<sub>00</sub>. Цифры на кривой 1 пропорциональны мощности. Так, для точки A ( $X_{00}$ =4,  $X_{01}$ =2),  $N_{00} = W_{00} / (\pi \overline{w}^2 I_0) = 7,9.$ 



Рис 3. Поперечное распределение ненасыщенного коэффициента усиления (а) и диаграмма, описывающая двухмодовую генерацию (б)

Кривые 2 и 3 построены для случая изотропного резонатора и резонатора с анизотропными элементами, например окнами Брюстера. В области выше кривой 2 (3) генерирует только мода  $\text{TEM}_{01}$ . Мощность при этом определяется аналогично случаю моды  $\text{TEM}_{00}$ , так как для точки *B* ( $X_{00}$ =2,  $X_{01}$ =3,6) в изотропном резонаторе  $N_{01}$  = 7,9, а для точки С ( $X_{00}$ =1,2,  $X_{01}$ =3,6) в анизотропном резонаторе  $N_{01}$  = 3,1. Как и следовало ожидать, мощность  $\text{TEM}_{01}$ -моды в анизотропном резонаторе при одинаковых значениях  $X_{01}$  ниже, чем в изотропном, что связано с меньшим, чем в первом случае, объемом активной среды, с которым взаимодействует мода. В области между кривыми 1 и 2 (1 и 3) реализуется двухмодовая генерация.

Результаты, представленные на рис. 3, приведены для случая  $a/\overline{w} = 2$ . Фактически для  $a/\overline{w} \ge$ 1,7 они не чувствительны к отношению  $a/\overline{w}$ , что и делает диаграмму универсальной. Режимы, соответствующие точкам *B* и *C*, реализуются в случае провала радиальной зависимости коэффициента усиления, а также вследствие выгорания части зеркала или загрязнения оптических элементов, когда  $X_{01}$  может превысить  $X_{00}$  и возможна устойчивая генерация моды  $\text{ТЕМ}_{01}$ .

### ЗАВИСИМОСТЬ МОЩНОСТИ ОТ РАЗЪЮСТИРОВКИ

Подход к расчету дифракционных потерь в резонаторе с капилляром, развитый выше, в силу его искусственного характера требует дальнейшего обоснования. Такое обоснование легче всего получить, сравнивая результаты его применения с экспериментальными данными, полученными при разъюстировке зеркал резонатора. При разъюстировке оптическая ось внутрирезонаторного излучения смещается относительно оси капилляра, что ведет к уходу оси диаграммы направленности излучения и к росту дифракционных потерь. Смещение оси пучка в плоскости торцов капилляра в практически важных случаях поворота зеркал в одной плоскости на углы  $\delta_1$  и  $\delta_2$  описывается выражениями, следующими из геометрических соображений:

$$S_{1k} = \frac{L}{1 - g_1 g_2} \left\{ \left[ g_2 + \frac{L_1}{L} (1 - g_2) \right] \delta_1 + \left[ I - \frac{L_1}{L} (1 - g_1) \right] \delta_2 \right\},$$
(16)  
$$S_{2k} = \frac{L}{1 - g_1 g_2} \left\{ \left[ I - \frac{L_2}{L} (1 - g_2) \right] \delta_1 + \left[ g_1 - \frac{L_2}{L} (1 - g_1) \right] \delta_2 \right\}.$$

Согласно [18] разъюстированный симметричный резонатор с диафрагмами на зеркалах эквивалентен некоторому съюстированному резонатору с ассиметрично расположенными диафрагмами. Такой резонатор при  $S_{1k} = S_{2k} = S$  описывается двумя числами Френеля  $N^{\pm} = N(1\pm S/a)^2$ , а потери определяются по формуле:

$$\Lambda = 0, 5 \left[ \Lambda \left( N^+ \right) + \Lambda \left( N^- \right) \right].$$

В нашем случае при  $S_{1k} \neq S_{2k}$  будем описывать разъюстированный резонатор четырьмя числами Френеля  $N_{1,2}^{\pm} = \hat{N}_{3}(1 \pm S_{1,2k}^{\pm} / a)^{2}$ , а потери по аналогии с симметричным резонатором определять по формуле:

$$\Lambda(\delta_1, \delta_2) = 0.25 \left[ \Lambda(N_1^+) + \Lambda(N_1^-) + \Lambda(N_2^+) + \Lambda(N_2^-) \right].$$
(17)

Коэффициент потерь в разъюстированном резонаторе связан с дифракционными потерями на проход соотношением:

$$K_{loss} = K_0 + K_1(\delta_1, \delta_2) = K_0 + \frac{1}{L_a} ln \frac{1}{1 - \Lambda(\delta_1, \delta_2)}.$$
 (18)

Здесь К, определяет дифракционные потери;  $K_{0}$  характеризует все остальные виды потерь, включая полезные.

На рис. 4 представлены рассчитанные зависимости потерь  $\Lambda$  ( $\delta$ ,0),  $\Lambda$  (0,  $\delta$ ) и относительных выходных мощностей в сравнении с экспериментальными данными, полученными при генерации моды ТЕМ<sub>о1</sub> лазера на длине волны  $\lambda = 488$  нм [18]. Параметры лазера, использованные при расчете: L = 660 мм,  $L_1 = 230$  мм, диаметр разрядного капилляра 2a = 3 мм, зеркала –  $R_1 = \infty$ ,  $R_2 = 2$  м, коэффициенты отражения зеркал  $\rho_1 = 0.95, \rho_2 \approx 1$ , характер уширения линии – квазиоднородный. В съюстированном лазере генерирует мода TEM<sub>01</sub> вследствие провала коэффициента усиления в центральной части активной среды. При разъюстировке начинает генерировать мода ТЕМ<sub>00</sub>, обладающая меньшими дифракционными потерями.



Рис. 4. Рассчитанные зависимости выходной мощности для мод  $\text{TEM}_{00}(1)$  и  $\text{TEM}_{01}(2)$  и дифракционных потерь (3, 4) от угла поворота выходного зеркала для ArII-лазера в сравнении с экспериментальными данными (Δ)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе подход позволяет рассчитывать дифракционные потери основной и высших поперечных мод в сложных многоэлементных резонаторах, распределение поперечных мод по мощности и границу одномодовой генерации, определять такие характеристики выходного пучка, как его диаметр и расходимость при заданной конфигурации резонатора, зависимость выходной мощности от разъюстировки зеркал резонатора. Описанный метод можно эффективно использовать при создании лазеров.

\* Работа выполнена при поддержке Программы стратегического развития ПетрГУ в рамках реализации комплекса мероприятий по развитию научно-исследовательской деятельности на 2012-2016 гг.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. А вербах В. С., Власов С. Н., Таланов В. И. Открытые резонаторы с произвольно расположенной диафрагмой // ЖТФ. 1966. Т. 34. № 3. С. 497–507.
- 2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с. 3. Громов А. Н., Трашкеев С. И. Простые формулы для расчета потерь в симметричных устойчивых резонаторах из круглых зеркал // Оптика и спектроскопия. 1987. Т. 2. № 3. С. 618. Доронин В. Г., Новиков В. И., Пипченко В. П., Степанов В. А. // Влияние неоднородности
- активной среды и диафрагмы на параметры выходного пучка одномодового CO2-лазера // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. № 5. С. 876–883. 5. Доронин В. Г., Пипченко В. П. Внеосевые гауссовы пучки для описания излучения лазеров
- Доронин В. Г., Пипченко В. П. Внеосевые гауссовы пучки для описания излучения лазеров с разъюстированными активными резонаторами // ЖПС. 1981. Т. 35. № 1. С. 9–16.
- и щен ко Е. Ф. Открытые оптические резонаторы. М.: Сов. радио, 1980. 207 с. Коржавин В. А., Орешак О. Н., Самородов В. Г., Широбакин С. Е. Влияние разъюстировки на выходную мощность ионного аргонового лазера // Электронная техника. 1985. Сер. 11. № 1. С. 54–59.
- Кубарев В. В. Принцип Бабине и дифракционные потери в лазерных резонаторах // Квантовая электроника. 2000. Т. 30. № 9. С. 824–826.

- 9. Кубарев В. В. Расчет, оптимизация и измерение параметров оптического резонатора Новосибирского терагерцового лазера на свободных электронах // Квантовая электроника. 2009. Т. 39. № 3. С. 235–240.
- 10. Мольков С. И. Дифракционные потери и распределение мощности газоразрядных лазеров по поперечным модам // Сборник докладов 19-й междунар. конф. «Лазеры. Измерения. Информация». СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2009. Т. 1. С. 22–35.
- 11. Мольков С. И., Степанов В. А. Расчет выходных характеристик ионных лазеров на инертных газах // Вестник Рязанского педагогического университета. 1994. № 1. С. 57–67.
- 12. Boyd G. D., Gordon J. P. Confocal Multimode Resonator for Millimeter Through Optical Wavelength Masers // Bell
- Syst. Tech. J. 1961. Vol. 40. P. 489–508. Casperson L W., Lunnam S. D. Gaussian Modes in High Loss Laser Resonators // Appl. Optics. 1975. Vol. 14. № 5. P. 1193–1199. 13.
- 14. K o g el n i k H. W., L i T. Laser Beams and Resonators // Appl. Opt. 1966. Vol. 5. P. 1550–1567.
  15. K o g el n i k H. W. Imaging of Optical Modes Resonators with Internal Laser // Bell. Syst. Tech. J. 1965. Vol. 44. № 3. P. 455–494.
  16. L i T. Diffraction Loss and Selection of Modes in Maser Resonators with Circular Mirrors // Bell. Syst. Tech. J. 1965. Vol. 44.
- N<sub>2</sub> 5. P. 917–932. R i g r o d W. W. Diffraction Loss of Stable Optical Resonator s with Internal Limiting Apertures // IEEE J. Quant. Electron. 1983. Vol. 19. № 11. P. 1679–1685. 17.
- 18. Sanderson R., Streifer W. Laser Resonators with Tilted Reflectors // Appl. Opt. 1969. Vol. 8. № 11. P. 2241–2250.

Mol'kov S. I., Petrozavodsk State University (Petrozavodsk, Russian Federation)

### DIFFRACTION LOSSES AND POWER DISTRIBUTION IN A GAS-DISCHARGE LASER OVER TRANSVERSE MODES

The results of numerical and analytical researches of diffraction losses in the compound open resonators are being presented. Known numerical data is used; interpolation formulas for the diffraction losses, received with application of laws of similarity of resonators, are presented. Thus, it was possible to significantly expand the area of applicability of results on multi-element resonators containing Gaussian and non-Gaussian elements (aperture with sharp edges, discharge capillary) The method allows to determine the configura-tion of resonators providing generation of the fundamental transverse mode, power distribution by transverse modes at multimode generation and dependence of power on a misalignment of mirrors of the resonator.

Key words: open optical resonator, Gaussian and non-Gaussian elements, diffraction losses, misalignment

#### REFERENCIS

- 1. Averbakh V. S., Vlasov S. N., Talanov V. I. Open Resonators with Randomly Located Diaphragm [Otkrytye rezonatory s proizvol'no raspolozhennoy diafragmoy]. Zhurnal tekhnicheskoy fiziki [Journal of Technical Physics]. 1966. Vol. 34. № 3. P. 497–507.

- 1966. Vol. 34. № 3. P. 497-507.
   Born M., Wol'f E. Osnovy optiki [Fundamentals of Optics]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 720 p.
   Gromov A. N., Trashkeev S. I. Simple Formulas for Calculation of Losses in Symmetric Stable Resonators from Round Mirrors [Prostye formuly dlya rascheta poter' v simmetrichnykh ustoychivykh rezonatorakh iz kruglykh zerkal]. Optika i spektroskopiya [Optics and Spectroscopy]. 1987. Vol. 2. № 3. P. 618.
   Doronin V. G., Novikov V. I., Pipchenko V. P., Stepanov V. A. Influence of the Active Medium Inhomogeneity and Diaphragms on Parameters of the CO2-Laser's Output Beam [Vliyanie neodnorodnosti aktivnoy sredy i diafragmy na parametry vykhodnogo puchka odnomodovogo CO2-lazera]. Kvantovaya elektronika [Quant. Electron]. 1982. Vol. 9. №. 5. P. 876–883.
   Doronin V. G., Pipchenko V. P. Off-axis Gaussian Beams for Describing the Radiation of Lasers with a Misalined Active Resonator [Vneoseuve gaussovy puchki dlya opisaniva izlucheniva lazerov s raz"vustirovannumi aktivnumi

- S. Doronnin V. G., Fipchenkov V. F. On-axis Gaussian Beams for Describing the Radiation of Easers with a Misaligned Active Resonator [Vneosevy gaussovy puchki dlya opisaniya izlucheniya lazerov s raz"yustirovannymi aktivnymi rezonatorami]. Zhurnal prikladnoy spektroskopii [Journal of Applied Spectroscopy]. 1981. Vol. 35. № 1. P. 9–16.
  6. Ish ch e n k o E. F. Otkrytve opticheskie rezonatory [Open Optical Resonators]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1980.
  7. K o r z h a v i n V. A., O r e s h a k O. N., S a m o r o d o v V. G., S h i r o b a k i n S. E. Influence of Misalignment on Power Output of the Ionic Argon Laser [Vliyanie raz"yustirovki na vykhodnuyu moshchnost' ionnogo argonovogo lazera]. Elektronnaya tekhnika [Electronic Technic]. 1985. Ser. 11. № 1. P. 54–59.
- K u b a r e v V. V. Babinet Principle and Diffraction Losses in Laser Resonators [Printsip Babine i difraktsionnye poteri v lazernykh rezonatorakh]. *Kvantovaya elektronika* [Quant. Electron]. 2000. Vol. 30.  $\mathbb{N}$  9. P. 824–826. K u b a r e v V. V. Calculation, Optimisation, and Measurements of Optical Resonator Parameters of the Novosibirsk 8.
- 9 Terahertz Free-electron Laser [Raschet, optimizatsiya i izmerenie parametrov opticheskogo rezonatora Novosibirskogo teragertsovogo lazera na svobodnykh elektronakh]. *Kvantovaya elektronika* [Quant. Electron]. 2009. Vol. 39. № 3. P. 235–240.
- 10. Mol'kov S. I. Diffraction Losses and Distribution of Power of Gas-discharge Lasers on Transverse Modes [Difraktsionnye normation 200 Part Distribution Distribution of Overor Observation and Statistics of the Interstock of Distribution Provided Statistics of the Interstock of Distribution of Overor Statistics of the Interstock of Distribution Distribution of Distribution Distribution of Dis
- vy khodnykh kharakteristik ionnykh lazerov na inertnykh gazakh]. Vestnik Ryazanskogo pedagogicheskogo universiteta [Vestnic of the Ryazan Pedagogical University]. 1994. № 1. P. 57–67. 12. B o y d G. D., G o r d o n J. P. Confocal Multimode Resonator for Millimeter Through Optical Wavelength Masers // Bell
- Syst. Tech. J. 1961. Vol. 40. P. 489-508.
- Casperson L W., Lunnam S. D. Gaussian Modes in High Loss Laser Resonators // Appl. Optics. 1975. Vol. 14.  $\mathbb{N}_{2}$  5. P. 1193–1199. 13
- 14. Kogelnik H. W., Li T. Laser Beams and Resonators // Appl. Opt. 1966. Vol. 5. P. 1550–1567.
  15. Kogelnik H. W. Imaging of Optical Modes Resonators with Internal Laser // Bell. Syst. Tech. J. 1965. Vol. 44. № 3. P. 455–494.
  16. Li T. Diffraction Loss and Selection of Modes in Maser Resonators with Circular Mirrors // D. H. G. J. T. A. M. 3. P. 455–494. Diffraction Loss and Selection of Modes in Maser Resonators with Circular Mirrors // Bell. Syst. Tech. J. 1965. Vol. 44.
- № 5. P. 917–932 R i g r o d W. W. Diffraction Loss of Stable Optical Resonator s with Internal Limiting Apertures // IEEE J. Quant. Electron. 1983. Vol. 19. № 11. P. 1679–1685. 17.
- 18. Sanderson R., Streifer W. Laser Resonators with Tilted Reflectors // Appl. Opt. 1969. Vol. 8. № 11. P. 2241–2250.

Поступила в редакцию 03.06.2014