

Геометрическое моделирование контактного взаимодействия балансов в корообдирочном барабане

Н. А. Доспехова¹
О. Б. Марков
Б. Г. Марков

Петрозаводский государственный университет

АННОТАЦИЯ

Предложена методика геометрического моделирования контактного взаимодействия балансов в корообдирочном барабане в процессе их очистки от коры. Задача решается в трехмерной постановке. Каждый баланс рассматривается как прямой круговой цилиндр. В результате моделирования определяется трехмерная область контакта. Результаты моделирования по предложенной методике могут быть использованы при построении алгоритма определения сил контактного взаимодействия методом дискретных элементов. Также рассматриваются некоторые результаты компьютерной реализации методики определения пятна контакта.

Ключевые слова: математическое моделирование, контактное взаимодействие, трехмерная модель, корообдирочный барабан.

SUMMARY

The offered methods of geometric modeling of the contact interaction of the balances in drum of debarking machine in process their peelings from cortex. The problem dares in three-dimensional production. Each balance is considered as direct circular cylinder. Three-dimensional area of the contact is defined as a result of modeling. Results of modeling on offered methods can be used at building of the algorithm of the determination of power of the contact interaction by method discrete element.

Keywords: mathematical modeling, contact interaction, three-dimensional modeling, debarking drum.

Подготовка древесины к использованию в целлюлозно-бумажном производстве требует ее очистки от коры. Эта технологическая операция выполняется в настоящее время с применением корообдирочных барабанов. В целях совершенствования технологии очистки выполняются теоретические и экспериментальные исследования [3, 7, 9, 10, 11, 17]. Экспериментальные исследования функционирования корообдирочных барабанов в реальных производственных условиях возможны в весьма ограниченном диапазоне технологических характеристик. Поэтому все

более важную роль по мере развития информационных технологий играют методы математического моделирования [15]. Применительно к данной области исследований конкретные примеры использования численных методов при моделировании технологического процесса очистки древесины в корообдирочном барабане приведены в статьях [4, 5, 13, 14, 16].

Удаление коры происходит в процессе соударений балансов друг с другом и с корпусом барабана при условии, что появляются силы, достаточные для преодоления сцепления ее с древесиной. В современных условиях для определения этих сил все большее распространение получает метод дискретных элементов [16, 17]. По причине относительной новизны этого метода не все аспекты его практического применения при моделировании технологического процесса очистки древесины в корообдирочном барабане исследованы достаточно подробно. Так, к числу наименее изученных относятся геометрические аспекты контактного взаимодействия древесины в корообдирочном барабане.

В данной статье рассматриваются вопросы определения величины и формы пятна контакта для различных положений соударяющихся балансов, поскольку именно они в первую очередь влияют на производительность и качество окорки древесины.

Корпус корообдирочного барабана (рис. 1) представляет собой цилиндр (1), внутренний диаметр которого равен $D_{КБ}$, а длина – $L_{КБ}$. По внутренней поверхности цилиндра расположены ножи (2) с шагом σ_H и окнами для удаления коры (3).

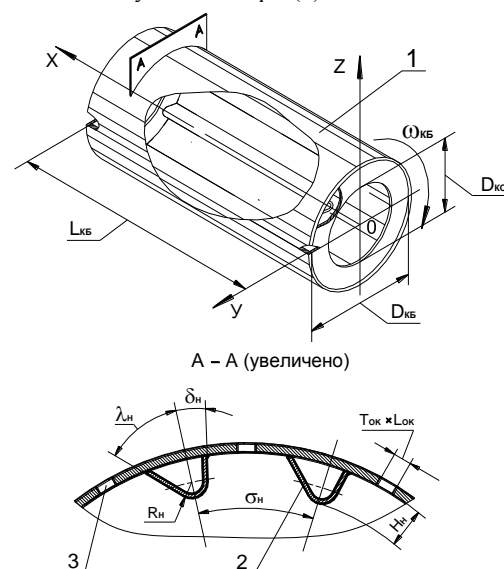


Рис. 1. Корпус корообдирочного барабана

Поверхность баланса в реальности представляет собой цилиндроид. Однако учитывая малую величину некруглости сечений баланса и небольшое расхождение между максимальным и минимальным диаметра-

¹ Авторы – соответственно ст. преподаватель и доценты кафедры начертательной геометрии и инженерной графики.

ми при математическом моделировании, каждый баланс можно рассматривать как прямой круговой цилиндр диаметром D_B и длиной L_B . При этом предполагая, что масса древесины равномерно распределена по объему и баланс покрыт корой равномерной толщины t_k (рис. 2).

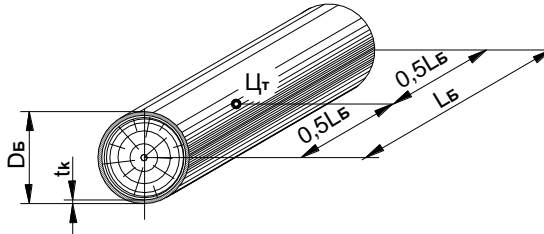


Рис. 2. Баланс

В объеме, ограниченном корпусом барабана, вращающегося со скоростью ω_{KB} , каждый баланс перемещается как тело, имеющее шесть степеней свободы. В каждый момент времени они занимают определенное положение относительно друг друга, а также относительно ножей и стенок барабана. Для определения положения балансов в данный момент времени введем систему координат, связанную с осью барабана (рис. 3).

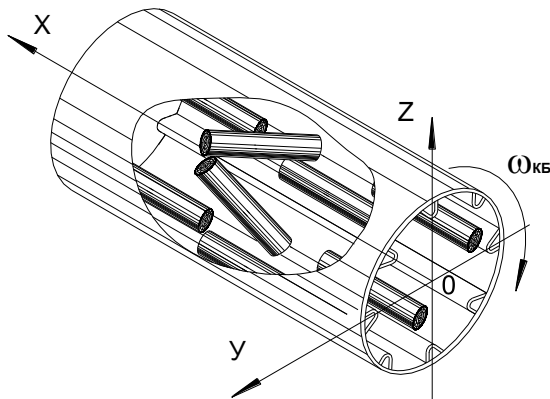


Рис. 3. Положение начала координат

Положение i баланса в системе координат $x y z$ задаем центром тяжести $\Pi_{Ti}(x_{Ti}, y_{Ti}, z_{Ti})$ и направлением, которое определяется единичным вектором \bar{e}_{Bi} или его координатами – косинусами углов, образованных заданным направлением с положительными направлениями осей координат (направляющие косинусы) (рис. 4):

$$\ell_B = \cos \alpha_B; \quad m_B = \cos \beta_B; \quad n_B = \cos \gamma_B; \quad (1)$$

где ℓ_B – косинус угла наклона прямой к оси абсцисс ($0x$),

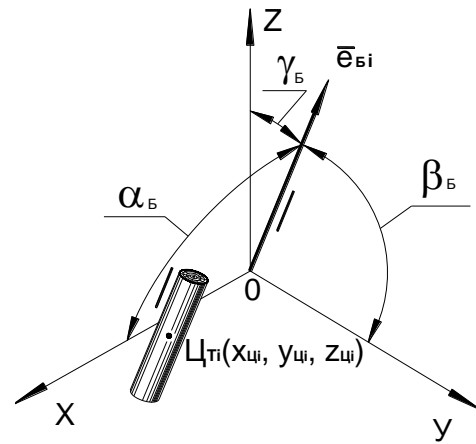
m_B – косинус угла наклона прямой к оси ординат ($0y$),

n_B – косинус угла наклона прямой к оси аппликата ($0z$),

α_B – угол наклона прямой к оси абсцисс ($0x$),

β_B – угол наклона прямой к оси ординат ($0y$),

γ_B – угол наклона прямой к оси аппликата ($0z$).

Рис. 4. Положение i баланса в системе координат

Для определения пары соприкасающихся балансов надо перебрать все множество лесоматериалов, находящихся в барабане, на предмет определения кратчайшего расстояния между ними. Балансы будут соударяться, если это расстояние окажется меньше нуля. На первом этапе отбросим неперспективные на предмет соударения объекты. Соударения не будет, если расстояние между центрами тяжести балансов удовлетворяет условию:

$$x_{Ti} - x_{Tj} > \frac{L_{Bi} + L_{Bj} + D_{Bi} + D_{Bj}}{2}, \quad (2)$$

где x_{Ti} , x_{Tj} – абсциссы центра тяжести i и j -го баланса,

L_{Bi} , L_{Bj} – длины i и j -го баланса,

D_{Bi} , D_{Bj} – диаметр i и j -го баланса.

На втором этапе определяется кратчайшее расстояние между осями балансов (δ).

На третьем этапе отбрасывают все пары балансов, у которых величины δ удовлетворяют условию:

$$\delta > \frac{D_{Bi} + D_{Bj}}{2}. \quad (3)$$

На четвертом этапе определяют точки на осях балансов, соответствующие кратчайшему расстоянию. Эти точки будем называть точками скрещивания осей балансов. На рисунке 5 показана геометрическая модель (чертеж) положения i и j -го балансов в пространстве. Отрезки AB и MN моделируют оси лесоматериалов.

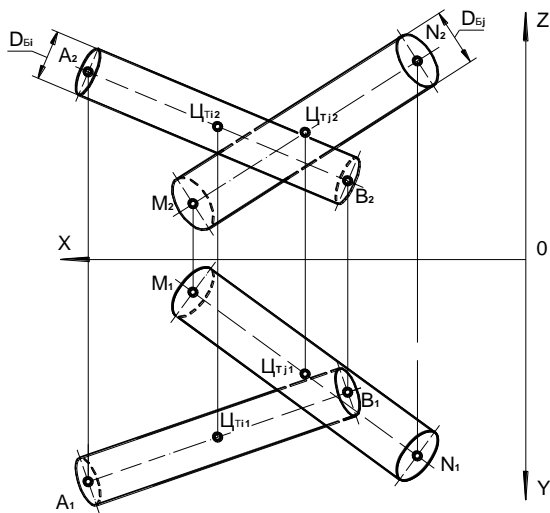


Рис. 5. Положения *i* и *j*-го балансов в пространстве

На рисунке 6 приведена схема решения задачи по определению кратчайшего расстояния между отрезками методами геометрического моделирования [1, 2]. Отрезок прямой *PG* перпендикулярен осям *AB* и *MN* и поэтому является наименьшим расстоянием между ними.

Для решения задачи плоскопараллельным переносом преобразуем модель так, чтобы баланс *AB* занял положение, перпендикулярное фронтальной плоскости проекций, а *MN* – параллельное горизонтальной плоскости проекций (в принятой системе координат ось бревна *AB* вырождается в точку $A_2^3 \equiv B_2^3$). За счет этого сложная задача построения перпендикуляра между двумя прямыми преобразуется в задачу простого измерения расстояния δ . Недостаток этой методики заключается в том, что преобразования производятся в три этапа.

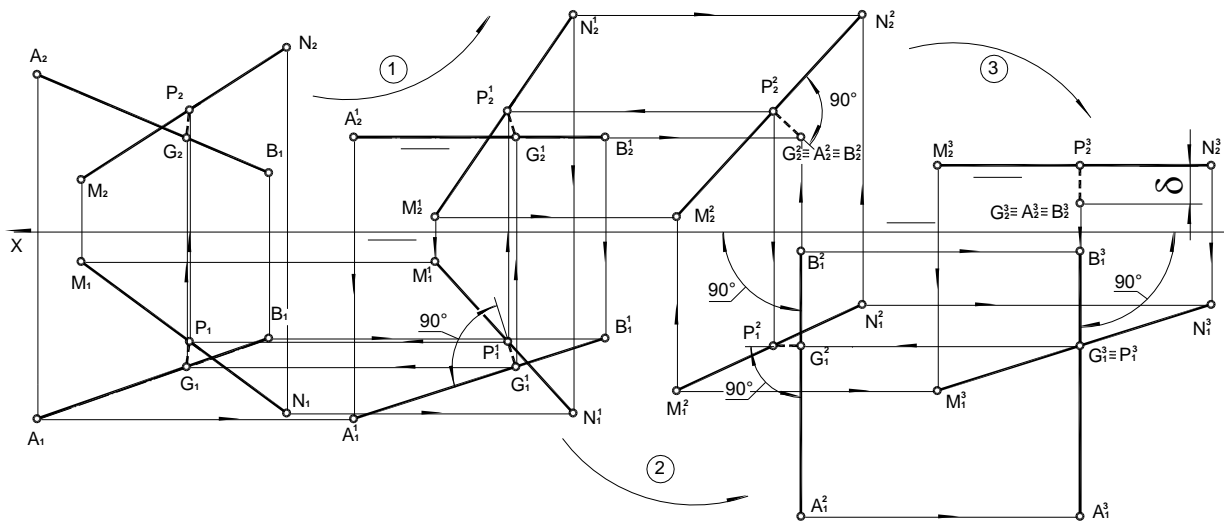


Рис. 6. Определение кратчайшего расстояния

С целью оптимизации процесса преобразования были применены методы аналитической геометрии [6, 12]. Геометрическая модель (рис. 5) после преобразований [8] примет вид, приведенный на рисунке 7.

Точками скрещивания осей балансов являются точки *P* и *G*. Расстояния от центра тяжести баланса до точки скрещивания осей балансов ($L_{Ц i}$ и $L_{Ц j}$) определим из выражений:

$$L_{Ц i} = |x_G'' - x_{Ц i}''|, \quad (4)$$

$$L_{Ц j} = \sqrt{(x_P'' - x_{Ц j}'')^2 + (y_P'' - y_{Ц j}'')^2}, \quad (5)$$

где $L_{Ц i}$ – расстояние от центра тяжести *i*-го баланса до точки скрещивания осей балансов,
 $L_{Ц j}$ – расстояние от центра тяжести *j*-го баланса до точки скрещивания осей балансов.

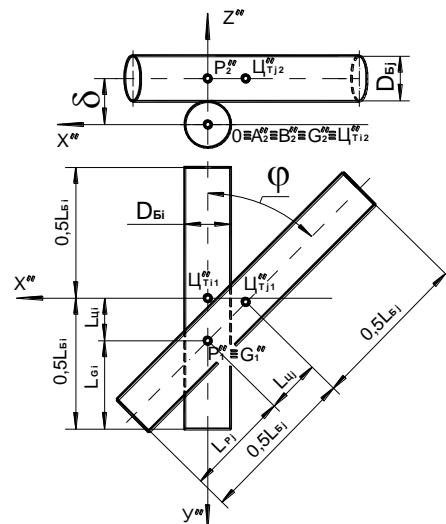


Рис. 7. Геометрическая модель

$x_G'', x_{Ц_i}'', x_P'', x_{Ц_j}''$ – координата x соответствующих точек $G'', Ц_{T_i}'', P'', Ц_{T_j}''$,

$y_G'', y_{Ц_i}'', y_P'', y_{Ц_j}''$ – координата y соответствующих точек $G'', Ц_{T_i}'', P'', Ц_{T_j}''$.

Угол $\varphi < 90^\circ$ будем называть межосевым углом i -го и j -го балансов, он равен:

$$\varphi = \arccos \ell_{B_j}'', \quad (6)$$

где ℓ_{B_j}'' – косинус угла наклона прямой к оси абсцисс (0x) j -го баланса на преобразованной модели (рис. 7).

Угол соударения (ϕ) равен углу (рис. 8), вершиной которого является точка скрещивания осей балансов (G_1'', P_1''), а сторонами – направления на центры тяжести i -го и j -го балансов ($P_1'' Ц_{T_i}''$ и $G_1'' Ц_{T_j}''$). В зависимости от взаимного положения точек контакта и центров тяжести балансов угол ϕ может быть (рис. 8а) острым ($\phi \leq 90^\circ$) или (рис. 8б) тупым ($\phi \geq 90^\circ$). Если один отрезок (рис. 10в) или оба (рис. 8г) вырождены ($P_1'' \equiv Ц_{T_i}''$, $G_1'' \equiv Ц_{T_j}''$), то указанный угол будет острым.

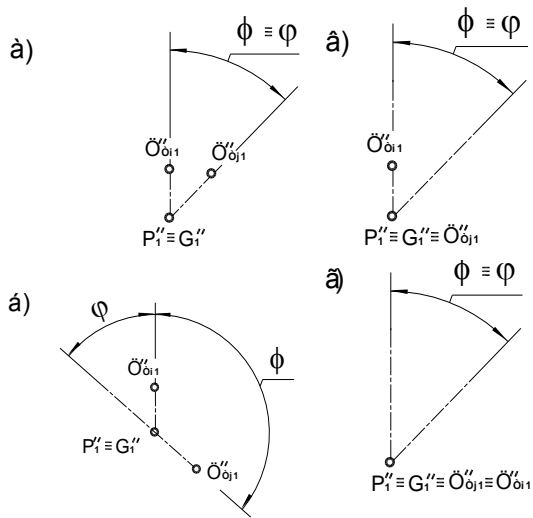


Рис. 8. Возможные углы соударений

Если $((L_{Ц_i} - L_{Ц_{ij}}) \times (L_{Ц_j} - L_{Ц_{ij}})) < 0$, то:

$$\phi = (180^\circ - \varphi),$$

иначе $\phi = \varphi$

(7)

где $L_{Ц_{ij}}$ – расстояние между точками $Ц_{T_i}''$ и

$$Ц_{T_j}''.$$

Расстояния от точки скрещивания осей балансов до ближних торцов i -го и j -го бревен определим по формулам:

$$L_{G_i} = L_{Ц_i} - 0,5L_{B_i}, \quad L_{P_j} = L_{Ц_j} - 0,5L_{B_j}, \quad (8)$$

$$L_{Ц_{ij}} = \sqrt{(x_{Ц_i}'' - x_{Ц_j}'')^2 + (y_{Ц_i}'' - y_{Ц_j}'')^2}, \quad (9)$$

где L_{G_i} – расстояния от точки скрещивания осей

балансов до ближнего торца i -го баланса;

L_{P_j} – расстояния от точки скрещивания осей

балансов до ближнего торца j -го баланса;

L_{B_i} – длина i -го баланса;

L_{B_j} – длина j -го баланса.

Эти величины (L_{G_i} и L_{P_j}) положительны, если точки скрещивания осей балансов находятся между торцами балансов, и отрицательны, если снаружи.

$$L_{G_i} > 0, \text{ если } 0,5L_{B_i} < L_{Ц_i};$$

$$L_{P_j} > 0, \text{ если } 0,5L_{B_j} < L_{Ц_j}. \quad (10)$$

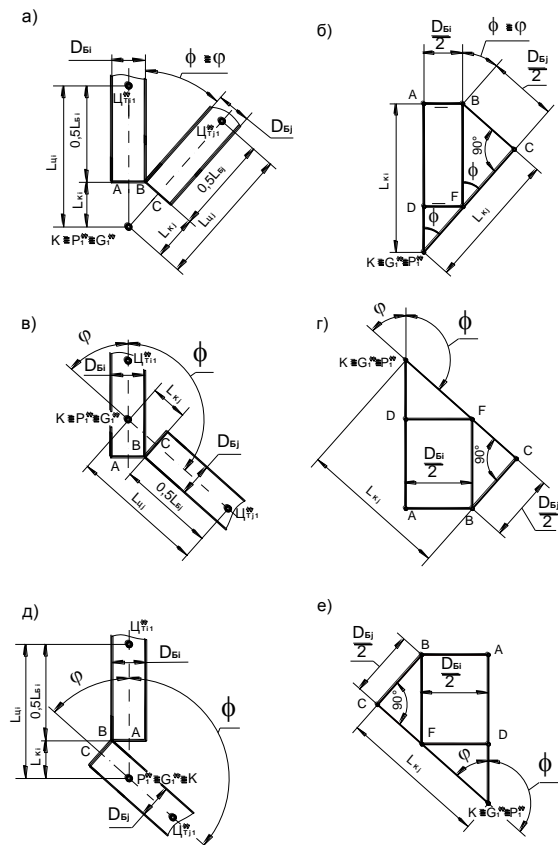


Рис. 9. Крайние положения пар соударяющихся балансов

На рисунках 9а, 9в, 9г изображены крайние положения пар соударяющихся балансов. Балансы не соприкоснутся, если

$$L_{Gi} > L_{Ki} \text{ или } L_{Pi} > L_{Ki}, \quad (11)$$

где L_{Ki} , L_{Kj} – максимальные расстояния от торцов i -го и j -го балансов до точки их скрепления ($P_1'' \equiv G_1''$), при которых возможно соударение.

Для определения величин L_{Ki} и L_{Kj} воспользуемся схемами, приведенными на рисунках 9б, 9г, 9д. Учитывая равенство отрезков AD и FB , а также то, что $L_{Ki} = KD + AD$ и $L_{Kj} = KF + CF$ (величины отрезков FC и FB найдем из треугольника FBC , отрезков KD и KF – из треугольника KDF), получаем:

$$L_{Ki} = \frac{D_{Bi}}{2 \sin \varphi} + \frac{D_{Bj}}{2 \operatorname{tg} \varphi}, \quad L_{Kj} = \frac{D_{Bi}}{2 \operatorname{tg} \varphi} + \frac{D_{Bj}}{2 \sin \varphi}. \quad (12)$$

Отбрасываем пары балансов, у которых L_{Gi} или L_{Pj} отрицательны и больше вышеупомянутой величины

$$\begin{aligned} & (L_{Gi} < 0 \text{ и } L_{Gi} > |L_{Ki}|) \text{ или} \\ & (L_{Pj} < 0 \text{ и } L_{Pj} > |L_{Kj}|). \end{aligned} \quad (13)$$

После того как пары балансов прошли через предварительный отбор, который заключается в отсеивании вариантов, удовлетворяющих условиям (3) и (13), рассмотрим возможные соударения балансов и условия их возникновения.

С геометрической точки зрения, в процессе очистки в корообдирочном барабане могут иметь место следующие случаи взаимодействия пары балансов:

1. Боковая поверхность баланса – боковая поверхность баланса.

1.1 Пятно контакта (проекция на плоскость) эллипс или часть эллипса (рис.10).

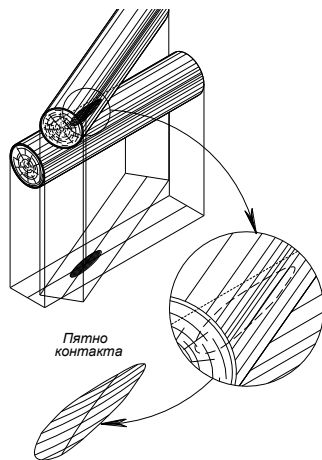


Рис. 10. Пятно контакта в форме эллипса

1.2 Пятно контакта прямоугольник (рис. 11).

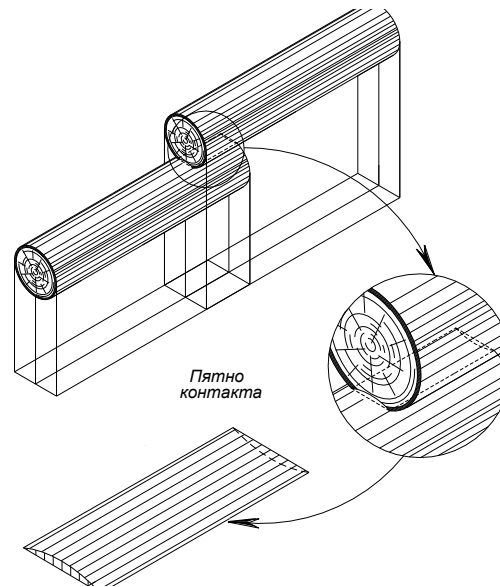


Рис. 11. Пятно контакта в форме прямоугольника

2. Боковая поверхность баланса – ребро торцевой поверхности баланса (рис. 12).
3. Торцевая поверхность баланса – ребро торцевой поверхности баланса (рис. 13).

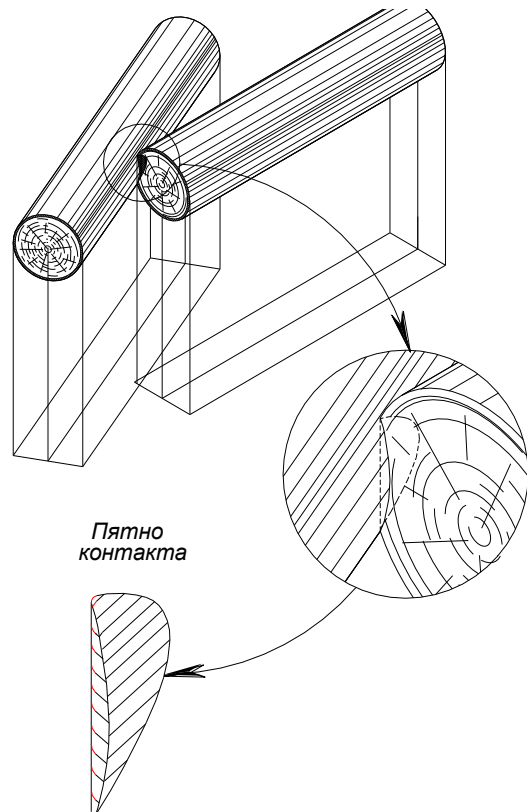


Рис. 12. Пятно контакта в форме эллипса, усеченного с одной стороны

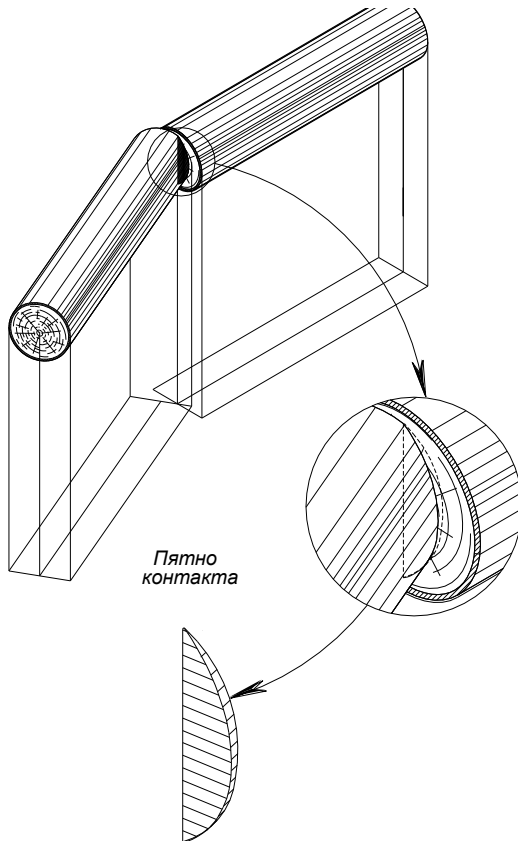


Рис. 13. Пятно контакта в форме сегмента окружности

4. Ребро торцевой поверхности баланса – ребро торцевой поверхности баланса (рис. 14).

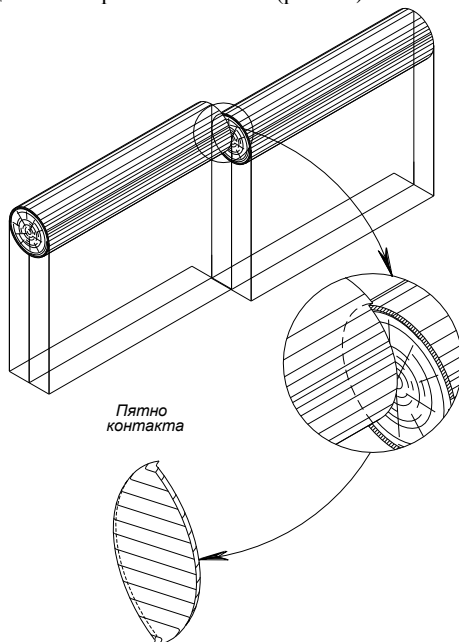


Рис. 14. Пятно контакта в форме плоского двуугольника

5. Торцевая поверхность баланса – торцевая поверхность баланса (рис. 15).

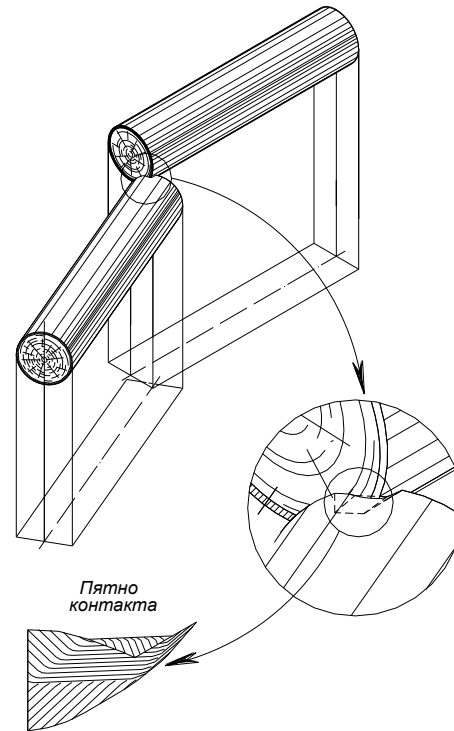


Рис. 15. Пятно контакта в форме пространственного четырехугольника

Очевидно, что перечисленные виды технологических ситуаций не описывают поведение балансов в барабане. Наряду с этими случаями необходимо дополнительно рассмотреть соударение балансов с элементами корпуса корообдирочного барабана. Эти элементы могут иметь различную форму, особенности которой могут существенно затруднить моделирование. Ясно, однако, что и в этих случаях возможно для геометрического моделирования использование выше изложенной методики при соответствующей ее доработке.

КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЯТНА КОНТАКТА

Опираясь на выше изложенную методику, была создана программа определения пятна контакта соударяющихся балансов. Программа написана на языке программирования AutoLISP в среде AutoCAD.

Исходные данные для определения пятна контакта задаются согласно геометрической модели (рис. 7) и заносятся в таблицу.

Область контакта балансов представляет собой объем ограниченный с двух сторон цилиндрическими поверхностями, контур пересечения которых является кривой четвертого порядка. Форма поверхности пятна контакта зависит от жесткости и геометрических размеров соударяющихся балансов. В проекции на плоскость, параллельную осям балансов, пятно контакта представляет кривую четвертого порядка.

При значениях отношения суммы диаметров балансов к удвоенному кратчайшему расстоянию между их осями, близких к единице (14), она приближенно соответствует эллипсу:

$$0,97 > \frac{D_{B_i} + D_{B_j}}{2\delta} > 1. \quad (14)$$

Программа определяет форму и размеры площади пятна контакта с учетом его уменьшения, если расстояния от точки скрещивания до торцов i и j балансов будет меньше критического (15).

$$\begin{aligned} L_{gi} &> L_{gi \text{ крит}}; \\ L_{pj} &> L_{pj \text{ крит}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Программа находит координаты центра давления сил контактного взаимодействия при соударении балансов друг с другом. Центр давления определяется исходя из сетки равноотстоящих узлов.

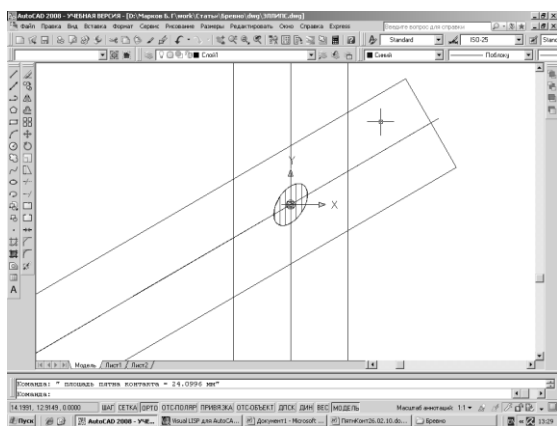


Рис. 16. Пятно контакта – эллипс

В каждом узле сетки определяется из геометрических соображений величина деформации с точностью до множителя. Для определения этого множителя необходимо использовать механику деформации твердого тела, что требует отдельного рассмотрения. Примеры расчета приведены на рисунках 16, 17.

В качестве выводов отметим, что разработанная программа позволяет определить форму и размеры площади контакта, находить координаты центра давления распределения деформации по площади контакта с учетом неравномерности деформации. Кроме того, обеспечивает возможность визуализации результатов расчета.

Развитие рассмотренного метода требует увеличение числа контактирующих балансов, что и предполагается сделать при продолжении данной работы.

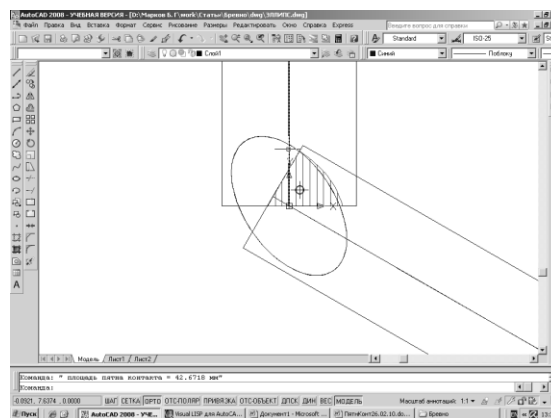


Рис. 17. Пятно контакта – сектор эллипса

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вальков К. И. Введение в теорию моделирования / К. И. Вальков. Л.: ЛИСИ, 1974. 120 с.
2. Вальков К. И. Начертательная геометрия, инженерная графика / К. И. Вальков. М.: Высшая школа, 1997. 486 с.
3. Бойков С. П. Теория процессов очистки древесины от коры / С. П. Бойков. Л.: ЛГУ, 1980. 152 с.
4. Васильев А. С. Математическое моделирование технологического процесса очистки древесины в корообдирочном барабане / А. С. Васильев, Ю. В. Никонова, М. И. Раковская // Ученые записки Петрозаводского государственного университета: Серия «Естественные и технические науки». Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2008. № 1. С. 117–119.
5. Васильев С. Б. Исследование закономерностей изменения силы соударений с целью снижения потерь при окорке древесины в барабане / С. Б. Васильев, Г. Н. Колесников, Ю. В. Никонова, М. И. Раковская // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. Вып. 185. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургской лесотехнической академии, 2008. С. 258–264.
6. Крутицкая Н. И. Аналитическая геометрия и линейная алгебра с приложениями / Н. И. Крутицкая, А. В. Тихонравов, А. А. Шишкин. М.: МГУ, 1991. 192 с.
7. Локштанов Б. М. Исследование процесса окорки березовой древесины в барабанах: Дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01 / Б. М. Локштанов. Защищена 14.12.73. Л., 1972. 188 с.
8. Марков Б. Г. Геометрические аспекты контактного взаимодействия балансов в корообдирочном барабане / Б. Г. Марков, О. Б. Марков, Н. А. Доспехова // Ученые записки Петрозаводского государственного университета: Серия «Естественные и технические науки». Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2009. № 11. С. 64–71.
9. Матюнин В. Я. Некоторые вопросы теории окорки древесины в корообдирочных барабанах / В. Я. Матюнин, Ф. И. Коперин // Известия ВУЗов. Лесной журнал. 1972. № 2. С. 64–69.

10. Оскерко В. Е. Новый принцип окорки лесоматериалов / В. Е. Оскерко // Строительные и дорожные машины. 2007. № 3. С. 13–16.
11. Пигильдин Н. Ф. Окорка лесоматериалов (теория, технология, оборудование) / Н. Ф. Пигильдин. М.: Лесная промышленность, 1982. 192 с.
12. Привалов И. И. Аналитическая геометрия: Учебник / И. И. Привалов. СПб.: Издательство «Лань», 2008. 304 с.
13. Раковская М. И. Численное моделирование и определение сил контактного взаимодействия длинномерных сортиментов в корообдирочном барабане / М. И. Раковская, Ю. В. Никонова // Системы управления и информационные технологии. № 1.3 (31). Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2008. С. 397–401.
14. Раковская М. И. Об алгоритме метода дискретных элементов применительно к исследованию технологического процесса очистки древесины в окорочном барабане / М. И. Раковская, Ю. В. Никонова, А. С. Васильев // Информационные технологии моделирования и управления. Воронеж: Научная книга, 2008. № 1 (44). С. 119–124.
15. Самарский А. А. Математическое моделирование. Идеи, методы, примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. 2-е изд., испр. М.: Физматлит, 2005. 320 с.
16. Шегельман И. Р. Моделирование технологического процесса очистки древесины в корообдирочном барабане с применением метода дискретных элементов / И. Р. Шегельман, А. С. Васильев, Г. Н. Колесников, Ю. В. Никонова // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. Вып. 184. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургской лесотехнической академии, 2008. С. 258–264.
17. Cundall P. A. A discrete numerical model for granular assemblies / P. A. Cundall, O. D. L. Strack // Geotechnique. 1979. Vol. 29(1). P. 47–65.